Cálculo I - MAT144 - IO
7ª Lista de Exercícios - 1º semestre de 2010
Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Determine a equação das retas abaixo:

   a) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^3 + 3x$ e paralela à reta $y = 6x - 1$

   b) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^2 - 3x$ e perpendicular à reta $2y + x = 3$

   c) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^3$ e passando por $(0, 2)$

   d) Tangente aos gráficos de $f(x) = -x^2$ e de $g(x) = \frac{1}{2} + x^2$

   e) Normal ao gráfico de $y = x^3$, passando por $\left(0, \frac{4}{3}\right)$ e não vertical

   f) Tangentes ao gráfico de $y = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 8x + 12$ e paralela à $r : 8x - y + \pi = 0$.

2. Determine os intervalos de crescimento e de decrescimento e esboce o gráfico. Calcule os limites necessários.

   a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

   b) $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$

   c) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$

   d) $y = x^2 + \dfrac{1}{x}$

   e) $y = x + \dfrac{1}{x^2}$

   f) $f(x) = 3x^5 - 5x^3$

   g) $x = \dfrac{t}{1 + t^2}$

   h) $x = \dfrac{t^2}{1 + t^2}$

   i) $x = 2 - e^{-t}$

   j) $y = e^{-x^2}$

   k) $f(x) = e^{2x} - e^x$

   l) $g(t) = e^{\frac{1}{t}}$

   m) $f(x) = \dfrac{x^3 - x^2 + 1}{x}$

   n) $f(x) = \dfrac{3x^2 + 4x}{1 + x^2}$

   o) $g(x) = xe^x$

   p) $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 2$

   q) $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$

   r) $g(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{2(x - 1)}$

   s) $f(x) = \dfrac{\ln\ x}{x}$

   t) $g(x) = x - e^x$

3. Calcule:

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^3}$ b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^3}{e^x}$

c) $\lim\limits_{x \to 0^+} xe^{\frac{1}{x}}$ d) $\lim\limits_{x \to 0^-} xe^{\frac{1}{x}}$

e) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln\ x}{x}$ f) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{\ln\ x}$

4. Estude a função dada com relação à concavidade e pontos de inflexão.

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ b) $f(x) = 2x^3 - x^2 - 4x + 1$

c) $f(x) = xe^{-2x}$ d) $x(t) = t^2 + \dfrac{1}{t}$

e) $g(x) = e^{-x} - e^{-2x}$ f) $g(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - 2}$

g) $y = \dfrac{x}{1 + x^2}$ h) $y = \dfrac{x^3}{1 + x^2}$

i) $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$ j) $f(x) = x\ \ln\ x$

5. Calcule:

a) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{4x^3 + x^2 + 3}{x^5 + 1}$ b) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^{100} - x^2 + x - 1}{x^{10} - 1}$

c) $\lim\limits_{x \to 0^+} xe^{\frac{1}{x}}$ d) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{3x}}{x^2}$

e) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln\ x}{e^{3x}}$ f) $\lim\limits_{x \to 0^+} \text{sen}\ x\ \ln\ x$

g) $\lim\limits_{x \to 0^+} (1 - \cos\ x) \ln\ x$ h) $\lim\limits_{x \to +\infty} (x^2 + 1)^{\frac{1}{\ln\ x}}$

i) $\lim\limits_{x \to 0^+} \left[\dfrac{1}{x} + \ln\ x\right]$ j) $\lim\limits_{x \to 0^-} (1 - \cos\ x)^{\frac{1}{x}}$

k) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\text{tg 3x} - \text{sen x}}{\text{sen}^3\ x}$ l) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sec^3\ x}{1 - \cos\ x}$

m) $\lim\limits_{x \to +\infty} x^3 e^{-4x}$ n) $\lim\limits_{x \to +\infty} [x - \sqrt[3]{x^3 - x}]$

6. Esboce o gráfico:

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ b) $f(x) = x^3 - x^2 + 1$

c) $y = \sqrt{x^2 - 4}$ d) $y = \dfrac{x}{x+1}$

e) $y = \dfrac{x^2}{x+1}$ f) $g(x) = xe^{-3x}$

g) $f(x) = 2x + 1 + e^{-x}$ h) $f(x) = e^{-x^2}$

i) $f(x) = \dfrac{x^4}{4} - \dfrac{3x^2}{2} + 2x + 1$ j) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x}$

k) $y = \dfrac{x^3}{x^2+4}$ l) $y = \dfrac{x^3}{x^2-1}$

m) $y = \dfrac{x^3 - x + 1}{x^2}$ n) $y = e^x - e^{3x}$

o) $f(x) = x^4 - 2x^2$ p) $y = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$

q) $y = \dfrac{x-1}{x^2}$ r) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - x - 2}$

s) $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x^2}$ t) $y = \dfrac{4x + 3x^2}{1 + x^2}$

7. Estude a função dada com relação a máximos e mínimos locais e globais:

a) $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ b) $f(x) = xe^{-2x}$

c) $f(x) = e^x - e^{-3x}$ d) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 3$

e) $f(x) = x^2 + 3x + 2$ f) $x(t) = te^{-t}$

g) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 2$ h) $y = \sqrt[3]{x^3 - x}$

8. Determine a equação da reta tangente à elipse $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, no ponto (x_0, y_0), $y_0 \neq 0$.

9. Mostre que $xy = 1$ é a equação de uma hipérbole, determinando a equaçao padrão desta hipérbole, seus focos, vértices, centro e assíntotas. Verifique que $y_0 x + x_0 y = 2$ é a equação da reta tangente ao gráfico de $xy = 1$ no ponto (x_0, y_0), $x_0 > 0$.

10. Suponha que $y = f(x)$ seja uma função derivável dada implicitamente pela equação $y^3 + 2xy^2 + x = 4$. Suponha, ainda, que $1 \in Dom(f)$.

a) Calcule $f(1)$.

b) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1.

11. A reta tangente à curva $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$, no ponto (x_0, y_0), $x_0 > 0$ e $y_0 > 0$, intercepta os eixos nos pontos A e B. Mostre que a distância de A a B não depende de (x_0, y_0).

12. Suponhamos um cabo homogêneo flexível suspenso por dois pontos sob seu próprio peso e que o ponto mais baixo, em um sistema cartesiano de coordenadas, corresponda ao ponto $(0, a)$. Mostre que a equação desta curva denominada **catenária** é

$$y = a \cos h \left(\frac{x}{a}\right), \ a > 0.$$

13. Seja $f(t)$, $t \geq 0$, tal que $f(0) = 1$ e $f(1) = 2$. Suponha, $\dfrac{dx}{dt} > 0$, $t \geq 0$, $\dfrac{d^2x}{dt^2} < 0$ para $0 < t < 1$ e $\dfrac{d^2x}{dt^2} > 0$ para $t > 1$. Como deve ser o gráfico de f? Por quê?

14. Calcule

a) $\int x \, dx$

b) $\int 3 \, dx$

c) $\int (3x + 1) \, dx$

d) $\int (x^3 + x + 1) \, dx$

e) $\int (x + \frac{1}{x^3}) \, dx$

f) $\int \sqrt[13]{x} \, dx$

g) $\int (3\sqrt[5]{x^2} + 3x^4 + 7x - 2) \, dx$

h) $\int (2x^3 - \frac{1}{x^4}) \, dx$