

6ª Lista de Cálculo para Ciências Biológicas - MAT143 - FCFUSP

1º semestre de 2015

Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Esboce (sem analisar derivadas) o gráfico e discuta a continuidade da função:

a) $f(x) = \sqrt{4x^2 - 9}$

b) $f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{4-x}}$

c) $f(x) = \sqrt{(x-3)(4-x)}$

d) $f(x) = \frac{|x^2 - 4|}{x + 2}$

e) $f(x) = \frac{1}{1 + e^{1/x}}, x \neq 0$

f) $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 6x - 7}}$

2. Calcule:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+2}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{x+1}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^x$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^x$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{1/x}$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}$

3. Mostre que $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^h - 1}{h} = \ln a$, se $a > 0$ e $a \neq 1$.

4. Calcule:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 1}{x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3^x - 1}{x^2}$

5. Calcule $f'(p)$, pela definição, sendo dados:

a) $f(x) = x^2 + x, p = 1$

b) $f(x) = \sqrt{x}, p = 4$

c) $f(x) = \frac{1}{x}, p = 1$

d) $f(x) = 2x^3 - x^2, p = 1$

6. Esboce o gráfico das funções abaixo e mostre que:

a) $g(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 1 \\ -x + 4, & x \geq 1 \end{cases}$ não é derivável em $p = 1$

b) $g(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x < 1 \\ 2x + 1, & x \geq 1 \end{cases}$ é derivável em $p = 1$

7. Calcule $g'(x)$ sendo g dada por:

a) $g(x) = \sqrt[4]{x}$ b) $g(x) = \sqrt[6]{x}$

c) $g(x) = \sqrt[8]{x}$ d) $g(x) = \sqrt[9]{x}$

8. Ache a reta tangente ao gráfico de $f(x) = x^2$ e paralela à reta $y = 4x + 2$.

9. Ache a equação da reta tangente ao gráfico (esboce o gráfico e a reta) de

(a) $f(x) = \frac{1}{x}$ no ponto $p = 2$.

(b) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ no ponto $p = 1$.

(c) $f(x) = e^x$, no ponto $p = 0$.

(d) $f(x) = \ln x$ no ponto $p = 1$.

10. Se $f(x) = a^x$, $a > 0$ e $a \neq 1$, mostre que $f'(x) = a^x \ln a$.

(a) Se $f(x) = a^x$, mostre que $f'(x) = a^x \ln a$.

(b) Seja $g(x) = \log_a x$ Mostre que $g'(x) = \frac{1}{x \ln a}$.

11. Calcule $f'(x)$.

a) $f(x) = 2^x$ b) $f(x) = 5^x$

c) $f(x) = \pi^x$ d) $f(x) = e^x$

12. Calcule $g'(x)$.

a) $g(x) = \log_3 x$ b) $g(x) = \log_5 x$

c) $g(x) \log_\pi x$ d) $g(x) = \ln x$

13. Calcule $f'(p)$ para:

a) $f(x) = \operatorname{sen} x$, $p = \frac{\pi}{4}$

b) $f(x) = \operatorname{cos} x$, $p = \frac{\pi}{3}$

c) $f(x) = \operatorname{tg} x$, $p = \frac{\pi}{3}$

d) $f(x) = \operatorname{cotg} x$, $p = \frac{\pi}{4}$

e) $f(x) = \operatorname{sec} x$, $p = 0$

f) $f(x) = \operatorname{cossec} x$, $p = \frac{\pi}{2}$

14. Calcule $f'(x)$.

a) $f(x) = 3x^2 + 5$

b) $f(x) = x^3 + x^2 + 1$

c) $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 4$

d) $f(x) = 3x + \sqrt{x}$

e) $f(x) = 5 + 3x^{-2}$

f) $f(x) = 2\sqrt[3]{x}$

g) $f(x) = 3x + \frac{1}{x}$

h) $f(x) = \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}$

i) $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2$

j) $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$

k) $f(x) = 2x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$

l) $f(x) = 6x^3 + \sqrt[3]{x}$

15. Dê a equação da reta tangente ao gráfico de $g(x) = x^3 + \frac{1}{x}$ no ponto $(1, g(1))$.

16. Seja $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$.

a) Esboce o sinal de $f'(x)$;

b) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$;

c) Esboce, utilizando as informações acima, o gráfico de f .

17. Calcule $f'(x)$ onde $f(x)$ é igual a:

a) $\frac{x}{x^2 + 1}$

b) $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$

c) $\frac{3x^2 + 3}{5x - 3}$

d) $\frac{\sqrt{x}}{x + 1}$

e) $5x + \frac{x}{x - 1}$

f) $\sqrt{x} + \frac{3}{x^3 + 2}$

18. Seja $g(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$, esboce o gráfico de g , utilizando (a), (b) e (c).

a) Determine os pontos do gráfico de g em que as retas tangentes, nestes pontos, são paralelas ao eixo x ;

b) Estude o sinal de $g'(x)$;

c) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$;

19. Calcule $f'(x)$, com $f(x)$ igual a:

a) $3x^2 + 5\cos x$ b) $\frac{\cos x}{x^2 + 1}$

c) $x\operatorname{sen} x$ d) $x^2 \operatorname{tg} x$

e) $\frac{x + 1}{\operatorname{tg} x}$ f) $\frac{3}{\operatorname{sen} x + \cos x}$

g) $\frac{\sec x}{3x + 2}$ h) $\cos x + (x^2 + 1)\operatorname{sen} x$

i) $\sqrt{x} \sec x$ j) $3\cos x + 5 \sec x$

k) $x \operatorname{cotg} x$ l) $4 \sec x + \operatorname{cotg} x$

m) $x^2 + 3x \operatorname{tg} x$ n) $\frac{x^2 + 1}{\sec x}$

o) $\frac{x + 1}{x \operatorname{sen} x}$ p) $\frac{x}{\operatorname{cosec} x}$

q) $(x^3 + \sqrt{x}) \operatorname{cosec}(x)$ r) $\frac{x + \operatorname{sen} x}{x - \cos x}$

20. Calcule $f'(x)$, com $f(x)$ igual a:

a) $x^2 e^x$ b) $3x + 5 \ln x$

c) $e^x \cos x$ d) $\frac{1 + e^x}{1 - e^x}$

e) $x^2 \ln x + 2e^x$ f) $\frac{x + 1}{x \ln x}$

g) $4 + 5x^2 \ln x$ h) $\frac{e^x}{x^2 + 1}$

i) $\frac{\ln x}{x}$ j) $\frac{e^x}{x + 1}$

21. Sejam f, g e h funções deriváveis. Verifique que

$$[f(x) \cdot g(x) \cdot h(x)]' = f'(x)g(x)h(x) + f(x) \cdot g'(x) \cdot h(x) + f(x) \cdot g(x) \cdot h'(x).$$