MAT143 - FCF - 1º semestre de 2010
Lista 1 de Exercícios
Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Faça um esboço indicando os pontos (x, y) do plano para os quais:

   (a) $x < 2$ (b) $-1 < y \leq 2$

   (c) $0 \leq x \leq 1$ e $0 \leq y \leq 1$ (d) $x = -1$

   (e) $y = 3$ (f) $x = y$

2. Utilize a fórmula da distância para mostrar que os pontos (-2, 1), (2, 2) e (10, 4) são colineares.

3. Mostre que o triângulo cujas vértices são (3, -3), (-3, 3) e $(3\sqrt{3}, 3\sqrt{3})$ é equilátero.

4. Os pontos (2, -2) e (-6, 5) são as extremidades do diâmetro de um círculo. Ache o centro e o raio do círculo.

5. Ache o ponto equidistante dos pontos (-9, 0), (6, 3) e (-5, 6).

6. Se a, b são dois números reais quaisquer, verifique que:

   (a) Os pontos (a, b) e $(a, -b)$ são simétricos em relaçao ao eixo x.

   (b) (a, b) e $(-a, b)$ são simétricos em relação ao eixo y.

   (c) (a, b) e $(-a, -b)$ são simétricos em relação à origem.

7. Que afirmação de simetria pode ser feita sobre os pontos (a, b) e (b, a)?

8. Em cada um dos casos abaixo, coloque a figura numa posição conveniente em relação ao sistema de coordenadas e prove as afirmações algebricamente:

   (a) As diagonais de um paralelogramo se cortam ao meio.

   (b) A soma dos quadrados das diagonais de um paralelogramo é igual à soma dos quadrados dos lados.

   (c) O ponto médio da hipotenusa de um triângulo retângulo é quidistante dos três vértices.

9. Sejam $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$ pontos distintos e $P = (x, y)$ sobre o segmento que une P_1 e P_2.

   (a) Se P está a um terço do caminho que une P_1 a P_2 então,

   $$x = \frac{1}{3}\,(2x_1 + x_2) \quad \text{e} \quad y = \frac{1}{3}\,(2y_1 + y_2).$$

   (b) Ache as fórmulas correspondentes para o caso em que P está a dois terços do caminho de P_1 a P_2.

10. Considere um triângulo arbitrário com vértices (x_1, y_1), (x_2, y_2) e (x_3, y_3). Ache o ponto sobre cada mediana que está a dois terços do caminho do vértice ao ponto médio do lado oposto. Realize os cálculos separadamente para cada mediana e verifique que esses três pontos são um único ponto, com coordenadas

$$\frac{1}{3}\,(x_1 + x_2 + x_3) \quad \text{e} \quad \frac{1}{3}\,(y_1 + y_2 + y_3).$$

Interpretação: As medianas de qualquer triângulo se interceptam num mesmo ponto, que está a dois terços do caminho de cada vértice ao ponto médio do lado oposto.

Lembrete: As medianas de um triângulo são as três retas que passam, cada qual, por um vértice e pelo ponto médio do lado do triângulo que é oposto ao referido vértice.

11. Represente graficamente os pares de pontos abaixo, esboce a reta que eles determinam e calcule seu coeficiente angular:

(a) (-3, 1), (4, -1)

(b) (0, -4), (1, 6).

12. Escreva a equação de cada uma das retas da questão 11, utilizando a forma ponto-coeficiente angular; depois, reescreva cada uma dessas equações na forma (equação reduzida) $y = mx + b$. Especifique os coeficientes angulares e lineares.

13. Ache a equação da reta:

(a) (2, -3) e coeficiente angular -4.

(b) Por (-4, 2) e (3, -1).

(c) Com coeficiente angular $\frac{2}{3}$ e coeficiente linear -4.

(d) Por (2, -4) e é paralela ao eixo x.

(e) Por (1, 6) e paralela ao eixo y.

(f) Por (4, -2) e paralela a $x + 3y = 7$.

(g) Por (5, 3) e perpendicular a $y + 7 = 2x$

(h) Por (-4, 3) e é paralela à reta determinada por (-2, -2) e (1, 0).

(i) Mediatriz do segmento que une (1, -1) e (5, 7).

14. Ache o ponto de intersecção de cada um dos pares de retas:

(a) $2x + 2y = 2$ e $y = x - 1$.

(b) $10x + 7y = 24$ e $15x - 4y = 7$