

MAT 1352 - Cálculo II - IFUSP
Lista 5
Professor Oswaldo Rio Branco de Oliveira
Segundo Semestre de 2023

1. a) Resolva a equação diferencial $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{3dx}{dt} + 2x = 0$.
b) Determine uma solução de a) satisfazendo $x(0) = 0$ e $x'(0) = 1$.
c) Esboce o gráfico da solução em b).
2. Resolva as equações diferenciais.
- a) $\frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} - 3x = 0$ b) $\frac{d^2x}{dt^2} - 4x = 0$ c) $\frac{d^2x}{dt^2} + 4x = 0$
d) $\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 9y = 0$ e) $2\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} - x = 0$
3. A edolcc $x'' + bx' + cx = R(t)e^{\gamma t}$, com $R = R(t)$ um polinômio e γ uma constante real, tem em $x_p(t) = Q(t)e^{\gamma t}$ uma solução particular se e só se

$$Q'' + p'(\gamma)Q' + p(\gamma)Q = R,$$

onde $p(\lambda) = \lambda^2 + b\lambda + c$ é o polinômio característico associado à edolcc.

Justifique que tal solução particular existe e que podemos supor

- (a) $\text{grau}(Q) = \text{grau}(R)$, se γ não é raiz característica de $p(\lambda) = 0$.
(b) $Q(t) = tQ_1(t)$, $\text{grau}(Q_1) = \text{grau}(R)$, se γ é raiz simples.
(c) $Q(t) = t^2Q_1$, $\text{grau}(Q_1) = \text{grau}(R)$, se γ é raiz dupla.
4. Resolva as equações diferenciais.
- (a) $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + 5x = 1$
(b) $x''(t) + x'(t) + x(t) = t$
(c) $y''(t) - 2y'(t) + 2y(t) = t^2$
(d) $y''(t) - 4y'(t) + 4y(t) = 1 + t + t^2$
(e) $x''(t) - 6x' + 9x = (2t^3 + 3t^2)e^{3t}$
(f) $y''(t) - 2y'(t) + 6y(t) = (4t^4 + 5t^5)e^{2t}$.

5. Determine a solução geral de

$$(a) \quad \ddot{x} - 8x = t^2 e^{2t} \qquad (b) \quad \ddot{x} + 4x = t^2 \sin t.$$

6. Determine a solução dos problemas com valores iniciais.

a) $\frac{dy}{dt} - y = t \cos(5t)e^t$, com $y(0) = 1$

b) $\ddot{x}(t) + 4x(t) = t^4 e^{2t}$, com $x(0) = \dot{x}(0) = 0$

7. Determine a solução geral da edo

$$x''' - 5x'' + 3x' + 9x = t^4 e^{3t}.$$

8. Determine a solução geral de

$$x^{(4)} - 5x^{(3)} + 13x^{(2)} - 19x^{(1)} + 10x = t^2 e^t \cos 2t.$$

9. Determine a solução geral de

$$y''' - 3y'' + 4y' - 12y = x^2 e^{2x} + x \sin(3x).$$

Sugestão. Determine uma solução particular para a edo $P(d/dt)y = x^2 e^{2x}$
e uma solução particular para a edo $P(d/dt)y = x \sin(3x)$