MAT 1352- Cálculo II- IFUSP

Lista 4 - EDOL's com coeficientes constantes e reais.

Professor Oswaldo Rio Branco de Oliveira

Segundo semestre de 2016

1. Determine a solução geral de

   a) $\ddot{x} + x = e^{-t}$ b) $\frac{d^2x}{dt^2} - x = cost$

   c) $\ddot{x} - 4\,\dot{x} + 5x = e^{2t}cost$ d) $\frac{dx}{dt} + x = t + t^2$

   e) $\ddot{x} - 8x = 4 + t$ f) $\ddot{x} + 4x = t + e^t$

2. Determine a solução do problema

   (a) $x'' + 4x = \cos t$, $x(0) = 1$ e $x'(0) = -1$.

   (b) $x'' + 6x' + 9x = e^{-3t}$, $x(0) = 0$ e $x'(0) = 1$.

   (c) $x'' + 4x = \text{sen}2t$, $x(0) = 0$ e $x'(0) = 0$.

   (d) $x'' + 4x = 5e^{3t}$, $x(0) = 0$ e $x'(0) = 0$.

3. Determine a solução geral $x = x(t)$ de

   (a) $x''' - 4x'' + 5x' - 2x = t^2e^t$.

   (b) $x''' - 4x'' + 6x' - 4x = t\ e^t\ \cos t$

   (c) $x'' - 2x' + 2x = t^2e^t \cos t$.

   (d) $x''' - 5x'' + 3x' + 9x = t^5e^{3t}$

   (e) $x'' - 2x' + 2x = t^2e^t\text{sen}(3t + 5)$

4. Determine a solução geral $x = x(t)$ de

   (a) $x''' - x' = 3e^{2t}$

   (b) $x^{(4)} - 7x''' + 18x'' - 20x' + 8x = t^3e^{2t}$

   (c) $x'' + 2x' + 2x = e^{\alpha t}\text{sen}\beta t$, com $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

   (d) $x^{(4)} + 8x'' + 16x = t^3\text{sen}2t$

   (e) $x^{(4)} - 19x'' - 6x' + 72x = 5t^3e^{-3t}$

   Dica: $\lambda = 2$ e $\lambda = 4$ são raízes características.

5. Determine a solução dos problemas com valores iniciais.

   a) $\frac{dy}{dt} - y = te^t, y(0) = 1$

   b) $\ddot{x} + 4x = cos2t, x(0) = \dot{x}(0) = 0$

   c) $\frac{d^4x}{dt^4} - 16x = -15\sin t, x(0) = 0, \dot{x}(0) = 1, \ddot{x}(0) = 0, \dddot{x}(0) = -1$

6. Resolva as equações.

   $(a)\quad \dfrac{d^2x}{dt^2} + 2\dfrac{dx}{dt} + 5x = 0$ $\qquad (b)\quad x'' + x' + x = 0$.

   $(c)\quad y'' - 2y' + 2y = 0$ $\qquad (d)\quad y'' - 4y' + 4y = 0$.

   $(e)\quad x'' - 6x' + 9x = 0$ $\qquad (f)\quad y'' - 2y' + 6y = 0.$

7. Consideremos a edo linear com coeficientes constantes

$$\left(\frac{d}{dt} - \alpha I\right)^4 x = 0$$

   com α real. Mostre que as soluções são

$$x(t) = c_1e^{\alpha t} + c_2te^{\alpha t} + c_3t^2e^{\alpha t} + c_4t^3e^{\alpha t},\ \text{com } c_i's \in \mathbb{R}.$$

8. Mostre que $e^{\alpha t}, te^{\alpha t}, \dots, t^{n-1}\alpha t$, são soluções de $\left(\frac{d}{dt} - \alpha I\right)^n x = 0$, onde $\alpha \in \mathbb{R}$.