

**MAT 1352 - Cálculo II - IFUSP**  
**Segundo Semestre de 2023 - Diurno**  
**Professor Oswaldo Rio Branco de Oliveira**

**LISTA 0 - Recordação**

Verifique os resultados abaixo. Mantenha esta lista e as demonstrações sob fácil acesso.

**1. Binômio de Newton**

$$(a + b)^n = \sum_{p=0}^{p=n} \binom{n}{p} a^p b^{n-p}, \text{ para todo } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Sugestão: por indução. Utilize as fórmulas

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!} \quad \text{e} \quad \binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}, \text{ para } p = 0, 1, 2, \dots, n.$$

**2. Progressão Geométrica**

$$s_n = 1 + a + a^2 + \dots + a^n = \frac{1 - a^{n+1}}{1 - a}, \text{ para quaisquer } a \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \text{ e } n \in \mathbb{N} \cup \{0\}.$$

**3. Uma Fatoração Polinomial**

$$x^n - 1 = (x - 1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1), \text{ para todo } n \in \mathbb{N}.$$

**4. Um Produto Notável**

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}), \text{ para todo } n \in \mathbb{N}.$$

**5. Teorema.** Todo polinômio de grau ímpar e coeficientes reais têm ao menos uma raíz real.

**6. Raízes do polinômio**  $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ , onde  $n \geq 1$ , com coeficientes  $a_i$  inteiros.

(i) Se  $\alpha \in \mathbb{Z}$  é raiz de  $P(x)$ , então  $\alpha | a_0$ .

(ii) Se  $\alpha = \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$  é raiz de  $P(x)$ , com  $\text{mdc}(p, q) = 1$ , então  $p$  divide  $a_0$  e  $q$  divide  $a_n$ .

7. Resolva algumas equações de segundo grau sem a **fórmula de Baskhara** e então prove-a.

8. Sejam  $\alpha, \beta$  em  $\mathbb{R}$ .

(a)  $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$ .

(b)  $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ .

(c)  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ .

(d)  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$ .

9. **Desigualdade Triangular**  $|a + b| \leq |a| + |b|$ , para quaisquer  $a \in \mathbb{R}$  e  $b \in \mathbb{R}$ .

10. O número  $\sqrt{2}$  é **irracional**.

11. **Distância de Ponto a Reta.** A equação geral de uma reta no plano cartesiano é

$$r : ax + by + c = 0, \text{ com } a \text{ ou } b \text{ não nulo.}$$

Dado  $P_0 = (x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ , a distância de  $P_0$  à reta  $r$  é dada pela fórmula

$$\text{dist}(P_0; r) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$