MAT 1352 - Cálculo II - IFUSP
Segundo Semestre de 2016 - Diurno
Professor Oswaldo Rio Branco de Oliveira

LISTA 0 - Recordação

Verifique os resultados abaixo. Mantenha esta lista e as demonstrações sob fácil acesso.

1. **Binômio de Newton**

$$(a+b)^n = \sum_{p=0}^{p=n} \binom{n}{p} a^p\, b^{n-p}, \text{ para todo } n = 0, 1, 2, 3, \ldots.$$

   Sugestão: por indução. Utilize as fórmulas

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!} \quad \text{e} \quad \binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}, \text{ para } p = 0, 1, 2 \ldots, n.$$

2. **Progressão Geométrica**

$$s_n = 1 + a + a^2 + \cdots + a^n = \frac{1-a^{n+1}}{1-a}, \text{ para quaisquer } a \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \text{ e } n \in \mathbb{N} \cup \{0\}.$$

3. **Uma Fatoração Polinomial**

$$x^n - 1 = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \cdots + x + 1), \text{ para todo } n \in \mathbb{N}.$$

4. **Um Produto Notável**

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \cdots + ab^{n-2} + b^{n-1}), \text{ para todo } n \in \mathbb{N}.$$

5. **Teorema.** Todo polinômio de grau ímpar e coeficientes reais têm ao menos uma raíz real.

6. **Raízes do polinômio** $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$, onde $n \geq 1$, com coeficientes a_i inteiros.

   (i) Se $\alpha \in \mathbb{Z}$ é raiz de $P(x)$, então $\alpha | a_0$.

   (ii) Se $\alpha = \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ é raiz de $P(x)$, com $\text{mdc}(p,q) = 1$, então p divide a_0 e q divide a_n.

7. Resolva algumas equações de segundo grau sem a **fórmula de Baskhara** e então prove-a.

8. Sejam α , β em $\mathbb{R}$.

   (a) $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha$.

   (b) $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$.

   (c) $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$.

   (d) $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$.

9. **Desigualdade Triangular** $|a + b| \leq |a| + |b|$, para qauisquer $a \in \mathbb{R}$ e $b \in \mathbb{R}$.

10. O número $\sqrt{2}$ **é irracional**.

11. **Distância de Ponto a Reta.** A equação geral de uma reta no plano cartesiano é

$$r : ax + by + c = 0, \quad \text{com } a \text{ ou } b \text{ não nulo.}$$

Dado $P_0 = (x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$, a distância de P_0 à reta r é dada pela fórmula

$$\operatorname{dist}(P_0; r) = \frac{|\ ax_0 \ + \ by_0 \ + \ c\ |}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$