MAT 133- Cálculo II - Licenciatura em Química - IQUSP
Lista 9
Professor Oswaldo Rio Branco de Oliveira
Segundo Semestre de 2013

1. Dada a equação $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{3dx}{dt} + 2x = 0$.

   a) Resolva-a.

   b) Determine uma solução tal que $x(0) = 0$ e $x'(0) = 1$.

   c) Esboce o gráfico da solução.

2. Resolva as equações:

   a) $\frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} - 3x = 0$ b) $\frac{d^2x}{dt^2} - 4x = 0$ c) $\frac{d^2x}{dt^2} + 4x = 0$

   d) $\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 9y = 0$ e) $2\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} - x = 0$

3. Resolva as equações.

   (a) $\dfrac{d^2x}{dt^2} + 2\dfrac{dx}{dt} + 5x = 0$ (b) $x'' + x' + x = 0$.

   (c) $y'' - 2y' + 2y = 0$ (d) $y'' - 4y' + 4y = 0$.

   (e) $x'' - 6x' + 9x = 0$ (f) $y'' - 2y' + 6y = 0$.

4. Resolva as equações.

   (a) $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + 5x = 1$

   (b) $x''(t) + x'(t) + x(t) = t$

   (c) $y''(t) - 2y'(t) + 2y(t) = t^2$

   (d) $y''(t) - 4y'(t) + 4y(t) = 1 + t + t^2$

   (e) $x''(t) - 6x' + 9x = (2t^3 + 3t^2)e^{3t}$

   (f) $y''(t) - 2y'(t) + 6y(t) = (4t^4 + 5t^5)e^{2t}$.

5. Mostre que $e^{\alpha t}, te^{\alpha t}, \ldots, t^{n-1}\alpha t$, são soluções de $\left(\frac{d}{dt} - \alpha I\right)^n x = 0$, onde $\alpha \in \mathbb{R}$.

6. Determine a solução geral de

   a) $\ddot{x} + x = e^{-t}$ b) $\frac{d^2x}{dt^2} - x = cost$

   c) $\ddot{x} - 4\dot{x} + 5x = e^{2t}cost$ d) $\frac{dx}{dt} + x = t + t^2$

   e) $\ddot{x} - 8x = 4 + t$ f) $\ddot{x} + 4x = t + e^t$

7. Determine a solução do problema

   (a) $x'' + 4x = \cos t$, $x(0) = 1$ e $x'(0) = -1$.

   (b) $x'' + 6x' + 9x = e^{-3t}$, $x(0) = 0$ e $x'(0) = 1$.

   (c) $x'' + 4x = \text{sen}2t$, $x(0) = 0$ e $x'(0) = 0$.

   (d) $x'' + 4x = 5e^{3t}$, $x(0) = 0$ e $x'(0) = 0$.

8. Determine a solução geral $x = x(t)$ de

   (a) $x''' - 4x'' + 5x' - 2x = t^2e^t$.

   (b) $x''' - 4x'' + 6x' - 4x = t^3\ e^{2t}$

   (c) $x'' - 2x' + 2x = (2t^2 + t)e^t$;

   (d) $x''' - 5x'' + 3x' + 9x = t^5e^{3t}$

   (e) $x'' - 2x' + 2x = t^2e^{3t}$

9. Determine a solução geral $x = x(t)$ da equação $x''' - x' = 3e^{2t}$

10. Determine a solução dos problemas com valores iniciais.

    a) $\frac{dy}{dt} - y = te^t$, com $y(0) = 1$

    b) $\ddot{x}(t) + 4x(t) = t^4e^{2t}$, com $x(0) = \dot{x}(0) = 0$

11. Mostre que se α é uma raíz de multiplicidade m do polinômio característico $p = p(\lambda)$ da edo homogênea

    $$a_ny^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + a_1y' + a_0y = 0$$

    então as m funções

    $$e^{\alpha t}, te^{\alpha t}, \ldots, t^{m-1}e^{\alpha t}$$

    são soluções da edo considerada.