Cálculo II - MAT133 - IQUSP
6ª Lista de Exercícios - 2º semestre de 2013
Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Determine os intervalos de crescimento e de decrescimento e esboce o gráfico. Calcule os limites necessários.

   a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$
   b) $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$
   c) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$
   d) $y = x^2 + \dfrac{1}{x}$
   e) $y = x + \dfrac{1}{x^2}$
   f) $f(x) = 3x^5 - 5x^3$
   g) $x = \dfrac{t}{1+t^2}$
   h) $x = \dfrac{t^2}{1+t^2}$
   i) $x = 2 - e^{-t}$
   j) $y = e^{-x^2}$
   k) $f(x) = e^{2x} - e^x$
   l) $g(t) = e^{\frac{1}{t}}$
   m) $f(x) = \dfrac{x^3 - x^2 + 1}{x}$
   n) $f(x) = \dfrac{3x^2 + 4x}{1 + x^2}$
   o) $g(x) = xe^x$
   p) $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 2$
   q) $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$
   r) $g(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{2(x-1)}$
   s) $f(x) = \dfrac{\ln\ x}{x}$
   t) $g(x) = x - e^x$

2. Calcule:

   a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^3}$
   b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^3}{e^x}$
   c) $\lim\limits_{x\to 0^+} xe^{\frac{1}{x}}$
   d) $\lim\limits_{x\to 0^-} xe^{\frac{1}{x}}$
   e) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln\ x}{x}$
   f) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{\ln\ x}$

3. Estude a função dada com relação à concavidade e pontos de inflexão.

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$

b) $f(x) = 2x^3 - x^2 - 4x + 1$

c) $f(x) = xe^{-2x}$

d) $x(t) = t^2 + \dfrac{1}{t}$

e) $g(x) = e^{-x} - e^{-2x}$

f) $g(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - 2}$

g) $y = \dfrac{x}{1 + x^2}$

h) $y = \dfrac{x^3}{1 + x^2}$

i) $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$

j) $f(x) = x \ \ln \ x$

4. Calcule:

a) $\displaystyle\lim_{x \to -1} \frac{4x^3 + x^2 + 3}{x^5 + 1}$

b) $\displaystyle\lim_{x \to 1} \frac{x^{100} - x^2 + x - 1}{x^{10} - 1}$

c) $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} xe^{\frac{1}{x}}$

d) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{e^{3x}}{x^2}$

e) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln \ x}{e^{3x}}$

f) $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \text{sen } x \ \ln \ x$

g) $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} (1 - \cos x) \ln \ x$

h) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} (x^2 + 1)^{\frac{1}{\ln \ x}}$

i) $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \left[\frac{1}{x} + \ln \ x\right]$

j) $\displaystyle\lim_{x \to 0^-} (1 - \cos x)^{\frac{1}{x}}$

k) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\text{tg 3x} - \text{sen x}}{\text{sen}^3 \ x}$

l) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sec^3 \ x}{1 - \cos x}$

m) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} x^3 e^{-4x}$

n) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} [x - \sqrt[3]{x^3 - x}]$

5. Esboce o gráfico. Determine os intervalos de crescimento e decrescimento. Analise às funções quanto à concavidade. Determine, se existirem as assíntotas horizontais, verticais e oblíquas. Determine os limites em $\pm\infty$, se for o caso. Determine os pontos de mínimo e de máximo locais e globais e os valores de mínimo e de máximo, locais e globais. Determine os pontos de inflexão.

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$

b) $f(x) = x^3 - x^2 + 1$

c) $y = \sqrt{x^2 - 4}$

d) $y = \dfrac{x}{x + 1}$

e) $y = \dfrac{x^2}{x + 1}$

f) $g(x) = xe^{-3x}$

g) $f(x) = 2x + 1 + e^{-x}$

h) $f(x) = e^{-x^2}$

i) $f(x) = \dfrac{x^4}{4} - \dfrac{3x^2}{2} + 2x + 1$

j) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x}$

k) $y = \dfrac{x^3}{x^2+4}$ l) $y = \dfrac{x^3}{x^2-1}$

m) $y = \dfrac{x^3-x+1}{x^2}$ n) $y = e^x - e^{3x}$

o) $f(x) = x^4 - 2x^2$ p) $y = \sqrt{x^2+2x+5}$

q) $y = \dfrac{x-1}{x^2}$ r) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2-x-2}$

s) $y = \dfrac{x^2-x+1}{x^2}$ t) $y = \dfrac{4x+3x^2}{1+x^2}$

u) $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ v) $f(x) = xe^{-2x}$

w) $f(x) = e^x - e^{-3x}$ x) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 3$

y) $f(x) = x^2 + 3x + 2$ z) $x(t) = te^{-t}$

α) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 2$ β) $y = \sqrt[3]{x^3 - x}$

7. Determine a equação da reta tangente à elipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

no ponto (x_0, y_0), $y_0 \neq 0$.

8. Suponha que $y = f(x)$ seja uma função derivável dada implicitamente pela equação $y^3 + 2xy^2 + x = 4$. Suponha, ainda, que $1 \in Dom(f)$.

   a) Calcule $f(1)$.

   b) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1.

9. A reta tangente à curva $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$, no ponto (x_0, y_0), $x_0 > 0$ e $y_0 > 0$, intercepta os eixos nos pontos A e B. Mostre que a distância de A a B não depende de (x_0, y_0).

10. Suponhamos um cabo homogêneo flexível suspenso por dois pontos sob seu próprio peso e que o ponto mais baixo, em um sistema cartesiano de coordenadas, corresponda ao ponto $(0, a)$. Mostre que a equação desta curva denominada **catenária** é

$$y = a \cos h \left(\frac{x}{a}\right), \ a > 0.$$