MAT 130 - Equações Diferenciais e Aplicações - IMEUSP

Primeiro semestre de 2024 - diurno

Professor Oswaldo Rio Branco de Oliveira

Tabelas de Fórmulas Trigonométricas Circulares e Hiperbólicas

Verifique as fórmulas abaixo, assumindo ou a fórmula 1 ou a 2. A terceira é útil para a prova das propriedades de reflexão das cônicas : parábola, elipse e hipérbole. As fórmulas 4 a 11 surgem em mudanças de variáveis no cômputo de integrais diversas. As fórmulas 12 (prostaférese), 13 e 14 surgem em situações várias, especialmente no estudo de séries de Fourier. A fórmula 15 é apropriada para uma rotação de eixos, dada a equação de uma quádrica.

1. $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \mathrm{sen}\alpha\,\mathrm{sen}\beta$
2. $\mathrm{sen}(\alpha+\beta) = \mathrm{sen}\alpha\mathrm{cos}\beta + \mathrm{sen}\beta\mathrm{cos}\alpha$
3. $\mathrm{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\mathrm{tg}\alpha\ +\ \mathrm{tg}\beta}{1\ -\ \mathrm{tg}\alpha\mathrm{tg}\beta}$
4. $\sec^2\theta = 1 + \mathrm{tg}^2\theta$
5. $\mathrm{cossec}^2\theta = 1 + \mathrm{cotg}^2\theta$
6. $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \mathrm{sen}^2\theta$
7. $\mathrm{sen}2\theta = 2\mathrm{sen}\theta\cos\theta$
8. $\cos^2\theta = \frac{1+\cos 2\theta}{2}$
9. $\mathrm{sen}^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2}$
10. $\mathrm{sen}\, x = \frac{2\mathrm{tg}\frac{x}{2}}{1\ +\ \mathrm{tg}^2\frac{x}{2}}$, se $\cos\frac{x}{2} \neq 0$
11. $\cos x = \frac{1\ -\ \mathrm{tg}^2\frac{x}{2}}{1\ +\ \mathrm{tg}^2\frac{x}{2}}$, se $\cos\frac{x}{2} \neq 0$
12. Fórmulas de prostaférese (transformam produto em adição ou subtração).
    - (a) $\mathrm{sen}\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\,\mathrm{sen}(\alpha+\beta)\ +\ \mathrm{sen}(\alpha-\beta)\,]$
    - (b) $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\,\cos(\alpha+\beta)\ +\ \cos(\alpha-\beta)\,]$
    - (c) $\mathrm{sen}\alpha\mathrm{sen}\beta = \frac{1}{2}[\,\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\,]$
13. $\mathrm{sen}p - \mathrm{sen}q = 2\mathrm{sen}\left(\frac{p-q}{2}\right)\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)$
14. $\cos p - \cos q = -2\mathrm{sen}\left(\frac{p+q}{2}\right)\mathrm{sen}\left(\frac{p-q}{2}\right)$
15. $\cos^2\theta = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\mathrm{cotg}2\theta}{\sqrt{1+\mathrm{cotg}^2 2\theta}}\right)$.

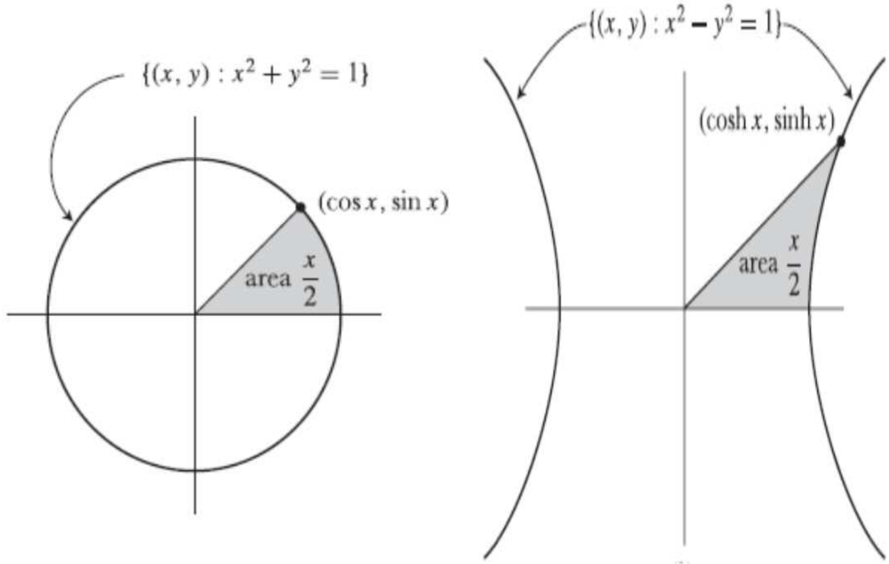

Figura 1: Área do setor circular X área do setor hiperbólico

Fórmulas Trigonométricas Hiperbólicas

1. $\cosh(x) = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$ e $\sinh(x) = \frac{e^x-e^{-x}}{2}$ [definições].
2. $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$.
3. $\cosh'(x) = \sinh(x)$.
4. $\sinh'(x) = \cosh(x)$.
5. $\cosh(2x) = \cosh^2(x) + \sinh^2(x)$.
6. $\sinh(2x) = 2\cosh(x)\sinh(x)$.
7. $\cosh^2(x) = \frac{\cosh(2x)+1}{2}$.
8. $\sinh^2(x) = \frac{\cosh(2x)-1}{2}$.
9. $\sinh(x+y) = \sinh(x)\cosh(y) + \cosh(x)\sinh(y)$.
10. $\cosh(x+y) = \cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y)$.
11. $\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(y)}$ [definição].
12. $\text{sech}(x) = \frac{1}{\cosh(x)}$ [definição].
13. $\tanh'(x) = \frac{1}{\cosh^2(x)} = \text{sech}^2(x)$.