Cálculo I - MAT111 - IAG
9ª Lista de Exercícios - 1º semestre de 2009
Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Suponhamos um cabo homogêneo flexível suspenso por dois pontos sob seu próprio peso e que o ponto mais baixo, em um sistema cartesiano de coordenadas, corresponda ao ponto $(0, a)$. Mostre que a equação desta curva denominada **catenária** é
$$y = a \cos h \left(\frac{x}{a}\right), \; a > 0.$$

2. Seja $f(t)$, $t \geq 0$, tal que $f(0) = 1$ e $f(1) = 2$. Suponha, $\dfrac{dx}{dt} > 0$, $t \geq 0$, $\dfrac{d^2x}{dt^2} < 0$ para $0 < t < 1$ e $\dfrac{d^2x}{dt^2} > 0$ para $t > 1$. Como deve ser o gráfico de f? Por quê?

3. Determine a equação da reta tangente à elipse $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, no ponto (x_0, y_0), $y_0 \neq 0$.

4. Mostre que $xy = 1$ é a equação de uma hipérbole, determinando a equação padrão desta hipérbole, seus focos, vértices, centro e assíntotas. Verifique que $y_0x + x_0y = 2$ é a equação da reta tangente ao gráfico de $xy = 1$ no ponto (x_0, y_0), $x_0 > 0$.

5. Suponha que $y = f(x)$ seja uma função derivável dada implicitamente pela equação $y^3 + 2xy^2 + x = 4$. Suponha, ainda, que $1 \in Dom(f)$.

   a) Calcule $f(1)$.

   b) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1.

6. A reta tangente à curva $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$, no ponto (x_0, y_0), $x_0 > 0$ e $y_0 > 0$, intercepta os eixos nos pontos A e B. Mostre que a distância de A a B não depende de (x_0, y_0).

7. Um ponto move-se sobre a parábola $y = 3x^2 - 2x$. Suponha que as coordenadas $x(t)$ e $y(t)$ de P são deriváveis e que $\dfrac{dx}{dt} \neq 0$. Em que ponto da parábola a velocidade da ordenada y de P é o triplo da velocidade da abcissa x de P?

8. Uma escada de 8m está encostada em uma parede. Se sua extremidade inferior for afastada do pé da parede a uma velocidade constante de 2m/s, com que velocidade a extremidade superior descerá no instante em que a inferior estiver a 3m da parede?

9. Exercício 17, p. 203, "Um Curso de Cálculo", H. L. Guidorizzi, Vol. 1, 5ª edição.

10. Exercício 18, p. 203, mesmo livro acima citado.

11. Exercício 19, p. 203, mesmo livro acima citado.

12. Exercício 21, p. 203, mesmo livro acima citado.

13. Considere as funções dadas por $y = ax^2$ e $y = -x^2 + 1$. Determine a para que os gráficos se interceptem ortogonalmente, isto é, para que as retas tangentes ao gráfico em (x_0, y_0) sejam perpendiculares.