

Cálculo I - MAT111 - IAG
8ª Lista de Exercícios - 1º semestre de 2009
Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Calcule as derivadas:

a) $y = 5x^3 + 6x - 1$

b) $s = \sqrt[5]{t} + \frac{3}{t}$

c) $x = \frac{t}{t+1}$

d) $y = t \cos t$

e) $y = \frac{u+1}{\ln u}$

f) $x = t^3 e^t$

g) $s = e^t \operatorname{tg}(t)$

h) $y = \frac{x^3 + 1}{\operatorname{sen} x}$

i) $v = \frac{4}{3} \pi r^3$

j) $E = \frac{1}{2} v^2$

k) $E = \frac{1}{2} m v^2$, $v = v(t)$

l) $V = \frac{a}{x^{12}} - \frac{b}{x^6}$, $a, b \in \mathbb{R}$.

2. Seja $y = \frac{x^3}{x + \sqrt{x}}$. Calcule.

a) $\frac{dy}{dx}$

b) $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=1}$

3. Seja $y = t^2 x$, onde $x = x(t)$ é uma função derivável. Calcule $\frac{dy}{dt} \Big|_{t=1}$ supondo $\frac{dx}{dt} \Big|_{t=1} = 2$ e $x = 3$ para $t = 1$ (isto é, $x(1) = 3$).

4. Considere a função $y = \frac{t}{x+t}$, onde $t = t(x)$ é uma função derivável. Calcule $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=1}$ sabendo que $\frac{dt}{dx} \Big|_{x=1} = 4$ e que $t = 2$ para $x = 1$. (Observe que t está sendo considerado como função de x).

5. Calcule a derivada segunda:

a) $y = x^3 + 2x - 3$

b) $x = t \operatorname{sen} t$

c) $y = x^{10} + \frac{1}{x^3}$

d) $y = t \ln t$

e) $x = e^t \cos t$

f) $y = \frac{e^x}{x}$

6. Derive:

a) $y = \text{sen } 4x$

b) $y = \cos 5x$

c) $f(x) = e^{3x}$

d) $f(x) = \cos 8x$

e) $y = \text{sen } t^3$

f) $g(t) = \ln(2t + 1)$

g) $x = e^{\text{sen } t}$

h) $f(x) = \cos e^x$

i) $y = (\text{sen } x + \cos x)^3$

j) $y = \sqrt{3x + 1}$

k) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x-1}{x+1}}$

m) $y = e^{-5x}$

n) $x = \ln(t^2 + 3t + 9)$

o) $f(x) = e^{\text{tg } x}$

p) $y = \text{sen}(\cos x)$

q) $g(t) = (t^2 + 3)^4$

r) $f(x) = \cos(x^2 + 3)$

s) $y = \sqrt{x + e^x}$

t) $y = \text{tg } 3x$

u) $y = \sec 3x$

7. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivável e $g(t) = f(t^2 + 1)$. Supondo $f'(2) = 5$, calcule $g'(1)$.

8. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivável e $g(x) = f(e^{2x})$ Supondo $f'(1) = 2$, calcule $g'(0)$.

9. Derive:

a) $y = xe^{3x}$

b) $y = e^x \cos 2x$

c) $y = e^{-x} \text{sen } x$

d) $y = e^{-2t} \text{sen } 3t$

e) $f(x) = e^{-x^2} + \ln(2x + 1)$

f) $g(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{e^t + e^{-t}}$

g) $y = \frac{\cos 5x}{\text{sen } 2x}$

h) $f(x) = (e^{-x} + e^{x^2})^3$

i) $y = t^3 e^{-3t}$

j) $g(x) = e^{x^2} \ln(1 + \sqrt{x})$

l) $y = (\text{sen } 3x + \cos 2x)^3$

m) $y = \sqrt{e^x + e^{-x}}$

n) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

o) $y = \sqrt{x^2 + e^{\sqrt{x}}}$

p) $y = x \ln(2x + 1)$

q) $y = [\ln(x^2 + 1)]^3$

r) $y = \ln(\sec x + \text{tg } x)$

s) $y = \cos^3 x^3$

t) $f(x) = \frac{\cos x}{\text{sen}^2 x}$

u) $f(t) = \frac{te^{2t}}{\ln(3t + 1)}$

10. Calcule a derivada segunda:

a) $y = \text{sen } 5t$

b) $y = e^{-xr}$

c) $y = \ln(x^2 + 1)$

d) $y = \frac{x^2}{x - 1}$

e) $y = e^{-x} - e^{-2x}$

f) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$

g) $y = \frac{\text{sen } 3x}{e^x}$

h) $y = \frac{4x + 5}{x^2 - 1}$

i) $Y = xe^{\frac{1}{x}}$

j) $y = x \sqrt[3]{x + 2}$

11. Seja $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ diferenciável e $f(x) = x g(x^2)$.

a) Verifique que $f'(x) = g(x^2) + 2x^2 g'(x^2)$.

b) Calcule $f'(1)$, supondo $g(1) = 4$ e $g'(1) = 2$.

12. Seja $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ diferenciável tal que $g(1) = 2$ e $g'(1) = 3$. Calcule $f'(0)$ sendo f dada por $f(x) = e^x g(3x + 1)$.

13. Seja $f(t) = t^3 + 3t^2$.

a) Estude o sinal de $f'(t)$

b) Estude o sinal de $f''(t)$

c) Calcule $\lim_{t \rightarrow +\infty} (t^3 + 3t^2)$ e $\lim_{t \rightarrow +\infty} (t^3 + 3t^2)$

d) Utilizando as informações acima, esboce o gráfico de f .

14. Proceda analogamente ao exercício 13, sendo $f(t) = \frac{t}{t^2 + 4}$.

15. Determine as equações das retas tangente e normal ao gráfico de f no ponto dado:

a) $f(x) = x^2 - 3x$, $p = 0$

b) $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $p = 1$

16. Determine a equação das retas abaixo:

a) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^2$ e paralela à reta $y = \frac{1}{2}x + 3$;

b) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^3 + 3x$ e paralela à reta $y = 6x - 1$;

c) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^3$ e perpendicular à reta $3x + y = 3$;

d) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^2 - 3x$ e perpendicular à reta $2y + x = 3$;

e) Passando pela origem e tangente ao gráfico de $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x$;

f) Passando por $(3, 0)$ e normal ao gráfico de $f(x) = x^2$ em (a, b);

g) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^3$ e passando por $(0, 2)$;

- h) Tangente aos gráficos de $f(x) = -x^2$ e de $g(x) = \frac{1}{2} + x^2$;
- i) Normal ao gráfico de $y = x^3$, passando por $\left(0, \frac{4}{3}\right)$ e não vertical;
- j) Tangentes ao gráfico de $y = 4x^3 + x^2 - 4x - 1$ e paralela ao eixo x ;
- k) Tangentes ao gráfico de $y = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 8x + 12$ e paralela à $r : 8x - y + \pi = 0$.

17. Determine os intervalos de crescimento e de decrescimento e esboce o gráfico. Calcule os limites necessários.

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

b) $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$

c) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

d) $y = x^2 + \frac{1}{x}$

e) $y = x + \frac{1}{x^2}$

f) $f(x) = 3x^5 - 5x^3$

g) $x = \frac{t}{1+t^2}$

h) $x = \frac{t^2}{1+t^2}$

i) $x = 2 - e^{-t}$

j) $y = e^{-x^2}$

k) $f(x) = e^{2x} - e^x$

l) $g(t) = e^{\frac{1}{t}}$

m) $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 1}{x}$

n) $f(x) = \frac{3x^2 + 4x}{1 + x^2}$

o) $g(x) = xe^x$

p) $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 2$

q) $f(x) = \frac{e^x}{x}$

r) $g(x) = \frac{x^2 - x + 1}{2(x - 1)}$

s) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

t) $g(x) = x - e^x$

18. Calcule:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{e^x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} xe^{\frac{1}{x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} xe^{\frac{1}{x}}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{\ln x}$

19. Estude a função dada com relação à concavidade e pontos de inflexão.

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$

b) $f(x) = 2x^3 - x^2 - 4x + 1$

c) $f(x) = xe^{-2x}$

d) $x(t) = t^2 + \frac{1}{t}$

e) $g(x) = e^{-x} - e^{-2x}$

f) $g(x) = \frac{x^2}{x^2 - 2}$

g) $y = \frac{x}{1 + x^2}$

h) $y = \frac{x^3}{1 + x^2}$

i) $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$

j) $f(x) = x \ln x$

20. Calcule:

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^3 + x^2 + 3}{x^5 + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{100} - x^2 + x - 1}{x^{10} - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} xe^{\frac{1}{x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3x}}{x^2}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{e^{3x}}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x \ln x$

g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - \cos x) \ln x$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 1)^{\frac{1}{\ln x}}$

i) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[\frac{1}{x} + \ln x \right]$

j) $\lim_{x \rightarrow 0^-} (1 - \cos x)^{\frac{1}{x}}$

k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x - \operatorname{sen} x}{\operatorname{sen}^3 x}$

l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sec^3 x}{1 - \cos x}$

m) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-4x}$

n) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x - \sqrt[3]{x^3 - x}]$

21. Esboce o gráfico:

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$

b) $f(x) = x^3 - x^2 + 1$

c) $y = \sqrt{x^2 - 4}$

d) $y = \frac{x}{x+1}$

e) $y = \frac{x^2}{x+1}$

f) $g(x) = xe^{-3x}$

g) $f(x) = 2x + 1 + e^{-x}$

h) $f(x) = e^{-x^2}$

i) $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 2x + 1$

j) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x}$

k) $y = \frac{x^3}{x^2 + 4}$

l) $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

m) $y = \frac{x^3 - x + 1}{x^2}$

n) $y = e^x - e^{3x}$

o) $f(x) = x^4 - 2x^2$

p) $y = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$

q) $y = \frac{x-1}{x^2}$

r) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - x - 2}$

s) $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2}$

t) $y = \frac{4x + 3x^2}{1 + x^2}$

22. Estude a função dada com relação a máximos e mínimos locais e globais:

a) $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

b) $f(x) = xe^{-2x}$

c) $f(x) = e^x - e^{-3x}$

d) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 3$

e) $f(x) = x^2 + 3x + 2$

f) $x(t) = te^{-t}$

g) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 2$

h) $y = \sqrt[3]{x^3 - x}$