

Cálculo I - MAT111 - IAG
7ª Lista de Exercícios - 1º semestre de 2009
 Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Calcule $f'(p)$, pela definição, sendo dados:

a) $f(x) = x^2 + x$, $p = 1$ b) $f(x) = \sqrt{x}$, $p = 4$

c) $f(x) = \frac{1}{x}$, $p = 1$ d) $f(x) = 2x^3 - x^2$, $p = 1$

2. Determine a equação da reta tangente em $(p, f(p))$.

a) $f(x) = x^2$, $p = 2$ b) $f(x) = \frac{1}{x}$, $p = 2$

c) $f(x) = \sqrt{x}$, $p = 9$ d) $f(x) = x^2 - x$, $p = 1$

3. Calcule $f'(x)$ pela definição.

a) $f(x) = 2x^3$ b) $f(x) = \frac{1}{x}$

c) $f(x) = \frac{x}{x+1}$ d) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

4. Esboce o gráfico das funções abaixo e mostre que:

a) $g(x) = \begin{cases} 2x+1, & x < 1 \\ -x+4, & x \geq 1 \end{cases}$ não é derivável em $p = 1$

b) $g(x) = \begin{cases} x^2+2, & x < 1 \\ 2x+1, & x \geq 1 \end{cases}$ é derivável em $p = 1$

5. Calcule $g'(x)$ sendo g dada por:

a) $g(x) = 6$ b) $g(x) = x^{100}$ c) $g(x) = \frac{1}{x}$

d) $g(x) = \frac{1}{x^3}$ e) $g(x) = \frac{1}{x^7}$

6. Determine a equação da reta tangente e o gráfico da função f em $(p, f(p))$. Esboce os gráficos de f e da reta tangente.

a) $f(x) = \frac{1}{x}$, $p = 2$ b) $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $p = 1$

7. Calcule $g'(x)$ sendo g dada por:

a) $g(x) = \sqrt[4]{x}$ b) $g(x) = \sqrt[6]{x}$

c) $g(x) = \sqrt[8]{x}$ d) $g(x) = \sqrt[9]{x}$

8. Determine a reta que é tangente ao gráfico de $f(x) = x^2$ e paralela à reta $y = 4x + 2$.
9. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = e^x$, no ponto $p = 0$.
10. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = \ln x$ no ponto $p = 1$. Esboce os gráficos de f e da reta tangente.
11. Se $f(x) = a^x$, $a > 0$ e $a \neq 1$, mostre que $f'(x) = a^x \ln a$.
12. Calcule $f'(x)$.
- a) $f(x) = 2^x$ b) $f(x) = 5^x$
 c) $f(x) = \pi^x$ d) $f(x) = e^x$
13. Seja $g(x) = \log_a x$, onde $a > 0$ e $a \neq 1$. Mostre que $g'(x) = \frac{1}{x \ln a}$.
14. Calcule $g'(x)$.
- a) $g(x) = \log_3 x$ b) $g(x) = \log_5 x$
 c) $g(x) \log_\pi x$ d) $g(x) = \ln x$
15. Calcule $f'(p)$ para:
- a) $f(x) = \operatorname{sen} x$, $p = \frac{\pi}{4}$ b) $f(x) = \cos x$, $p = \frac{\pi}{3}$
 c) $f(x) = \operatorname{tg} x$, $p = \frac{\pi}{3}$ d) $f(x) = \operatorname{cotg} x$, $p = \frac{\pi}{4}$
 e) $f(x) = \sec x$, $p = 0$ f) $f(x) = \operatorname{cossec} x$, $p = \frac{\pi}{2}$
16. Calcule $f'(x)$.
- a) $f(x) = 3x^2 + 5$ b) $f(x) = x^3 + x^2 + 1$
 c) $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 4$ d) $f(x) = 3x + \sqrt{x}$
 e) $f(x) = 5 + 3x^{-2}$ f) $f(x) = 2\sqrt[3]{x}$
 g) $f(x) = 3x + \frac{1}{x}$ h) $f(x) = \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}$
 i) $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2$ j) $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$
 k) $f(x) = 2x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ l) $f(x) = 6x^3 + \sqrt[3]{x}$

17. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $g(x) = x^3 + \frac{1}{x}$ no ponto $(1, g(1))$.

18. Seja $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$.

- a) Esboce o sinal de $f'(x)$;
- b) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$;
- c) Esboce, utilizando as informações acima, o gráfico de f .

19. Calcule $f'(x)$ onde $f(x)$ é igual a:

- a) $\frac{x}{x^2 + 1}$
 - b) $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$
 - c) $\frac{3x^2 + 3}{5x - 3}$
 - d) $\frac{\sqrt{x}}{x + 1}$
 - e) $5x + \frac{x}{x - 1}$
 - f) $\sqrt{x} + \frac{3}{x^3 + 2}$
20. Seja $g(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.

- a) Determine os pontos do gráfico de g em que as retas tangentes, nestes pontos, são paralelas ao eixo x ;
- b) Estude o sinal de $g'(x)$;
- c) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$;
- d) Esboce o gráfico de g , utilizando (a), (b) e (c).

21. Calcule $f'(x)$, com $f(x)$ igual a:

- a) $3x^2 + 5\cos x$
- b) $\frac{\cos x}{x^2 + 1}$
- c) $x \operatorname{sen} x$
- d) $x^2 \operatorname{tg} x$
- e) $\frac{x + 1}{\operatorname{tg} x}$
- f) $\frac{3}{\operatorname{sen} x + \cos x}$
- g) $\frac{\sec x}{3x + 2}$
- h) $\cos x + (x^2 + 1)\operatorname{sen} x$
- i) $\sqrt{x} \sec x$
- j) $3\cos x + 5 \sec x$
- k) $x \operatorname{cotg} x$
- l) $4 \sec x + \operatorname{cotg} x$
- m) $x^2 + 3x \operatorname{tg} x$
- n) $\frac{x^2 + 1}{\sec x}$
- o) $\frac{x + 1}{x \operatorname{sen} x}$
- p) $\frac{x}{\operatorname{cossec} x}$
- q) $(x^3 + \sqrt{x}) \operatorname{cossec}(x)$
- r) $\frac{x + \operatorname{sen} x}{x - \cos x}$

22. Seja $f(x) = \sin x + \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$.

a) Estude o sinal de $f'(x)$;

b) Esboce o gráfico de f .

23. Calcule $f'(x)$, com $f(x)$ igual a:

a) $x^2 e^x$

b) $3x + 5 \ln x$

c) $e^x \cos x$

d) $\frac{1+e^x}{1-e^x}$

e) $x^2 \ln x + 2e^x$

f) $\frac{x+1}{x \ln x}$

g) $4 + 5x^2 \ln x$

h) $\frac{e^x}{x^2 + 1}$

i) $\frac{\ln x}{x}$

j) $\frac{e^x}{x+1}$

24. Sejam f, g e h funções deriváveis. Verifique que

$$[f(x) \cdot g(x) \cdot h(x)]' = f'(x)g(x)h(x) + f(x) \cdot g'(x) \cdot h(x) + f(x) \cdot g(x) \cdot h'(x).$$

25. Calcule $f'(x)$.

a) $xe^x \cos x$

b) $x^2 \cdot \cos x \cdot (1 + \ln x)$

c) $e^x \sin x \cos x$

d) $(1 + \sqrt{x})e^x \operatorname{tg} x$