MAT 105 - Geometria Analítica - Instituto de Geociências
$3^{\underline{a}}$ Prova - 30/06/2011

Q	N
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Nome : ____
$N^{\underline{o}}$USP : ____
Professor : **Oswaldo Rio Branco de Oliveira**

Justifique todas as passagens.
Boa sorte!

1. Determine o ponto simétrico do ponto $P = (3, -1, 2)$ em relação ao plano $\pi : 2x + y - z - 1 = 0$.

Resolução: Esboce. Seja $\overrightarrow{n} = \langle 2\,, 1\,, -1 \rangle$, normal a π e P' o ponto procurado.

O número λ tal que $P + \lambda\overrightarrow{n} = (3 + 2\lambda, -1 + \lambda, 2 - \lambda) = X \in \pi$ satisfaz

$$2(3 + 2\lambda) + (-1 + \lambda) - (2 - \lambda) - 1 \ = 0 \ \Longrightarrow \lambda = -\frac{1}{3} \ .$$

Como $P = X - \lambda\overrightarrow{n}$ então $P' = X + \lambda\overrightarrow{n}$ e

$$P' = P + 2\lambda\overrightarrow{n} = \left(\frac{5}{3}\,, -\frac{5}{3}\,, \frac{8}{3}\right) \quad \blacksquare$$

2. Determine as equações do lugar geométrico dos pontos equidistantes dos planos

$$\pi_1 : \; 2x - 3y + 6z = -1 \qquad \text{e} \qquad \pi_2 : \; -x - 4y + 8z = 2 \; .$$

Sugestão: O lugar geométrico é constituído por dois planos.

Resolução:

Seja $X = (x, y, z)$ um ponto equidistante de π_1 e π_2. Então,

$$\frac{|2x - 3y + 6z + 1|}{\sqrt{4 + 9 + 36}} = \frac{|-x - 4y + 8z - 2|}{\sqrt{1 + 16 + 64}} \; .$$

Os planos procurados são:

$$\pi_3 : \; \frac{2x - 3y + 6z + 1}{7} = \frac{-x - 4y + 8z - 2}{9}$$

e

$$\pi_4 : \; \frac{2x - 3y + 6z + 1}{7} = -\frac{-x - 4y + 8z - 2}{9} \qquad \blacksquare$$

3. Dadas as retas

$$r : \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-1} = z - 1 \quad \text{e} \quad s : \frac{x-6}{5} = y - 1 = z - 3,$$

determine se elas são paralelas, concorrentes ou reversas. Se concorrentes, determine o ponto de interseção. Ainda, determine a distância entre as retas.

4. (A) Classifique as seguintes cônicas no plano e esboce-as.

   (B) Identifique seus elementos principais: vértices, centro, focos, eixos (e seus comprimentos, se finitos) e também a excentricidade.

   a) $x^2 + 2y^2 - x - y - 1 = 0$

   b) $3x^2 - 2y^2 + 2xy - x + 2y - 3 = 0$

5. Classifique as seguintes quádricas no espaço e esboce-as em um sistema cartesiano ortogonal $Oxyz$ orientado positivamente (o sistema tradicional).

   a) $4x^2 + y^2 + 4z^2 - 4y - 24z + 36 = 0$

   b) $x^2 - y^2 + z^2 - 4x - 2y - 2z + 4 = 0$