Complementos de Matemática para Contabilidade - MAT103 - FEAUSP

4ª Lista de Exercícios

2º semestre de 2013

Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Encontre o valor do limite e justifique:

   a) $\lim\limits_{y\to 2} \ (y^3 - 2y^2 + 3y - 4)$

   b) $\lim\limits_{t\to 3} \dfrac{t^2 - 5}{2t^3 + 6}$

   c) $\lim\limits_{s\to 1} \dfrac{s^3 - 1}{s - 1}$

   d) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{3x^2 - 17x + 20}{4x^2 - 25x + 36}$

   e) $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - x - 12}$

   f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$

   g) $\lim\limits_{y\to -2} \dfrac{y^3 + 8}{y + 2}$

   h) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{2x^3 - 5x^2 - 2x - 3}{4x^3 - 13x^2 + 4x - 3}$

2. Se $h(x) = \dfrac{\sqrt{x+9} - 3}{x}$, mostre que $\lim\limits_{x\to 0} \ h(x) = \dfrac{1}{6}$, mas $h(0)$ não está definida.

3. Seja $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, \ \text{se } x \neq 2 \\ 1, \text{se } x = 2 \end{cases}$

   a) Determine $\lim\limits_{x\to 2} \ f(x)$ e mostre que $\lim\limits_{x\to 2} \ f(x) \neq f(2)$.

   b) Esboce o gráfico de f.

4. Seja $f(x) = \begin{cases} x^2 - 9, \quad \text{se } x \neq -3 \\ 4, \ \text{se } x = -3 \end{cases}$

   a) Determine $\lim\limits_{x\to -3} \ f(x)$ e mostre que $\lim\limits_{x\to -3} \ f(x) \neq f(-3)$.

   b) Esboce o gráfico de f.

5. Esboce o gráfico e determine o limite indicado, se ele existir; se o limite não existir dê a razão.

   a) $f(x) = \begin{cases} 2, \ \text{se } x < 1 \\ -1, \ \text{ se } x = 1 \\ -3, \ \text{se } 1 < x \end{cases}$

   i) $\lim\limits_{x\to 1^+} \ f(x)$ ii) $\lim\limits_{x\to 1^-} \ f(x)$ iii) $\lim\limits_{x\to 1} \ f(x)$

   b) $g(s) = \begin{cases} s + 3, \ \text{se } s \leq -2 \\ 3 - s, \ \text{se } \ -2 < s \end{cases}$

   i) $\lim\limits_{s\to -2^+} \ g(s)$ ii) $\lim\limits_{s\to -2^-} \ g(s)$ iii) $\lim\limits_{s\to -2} \ g(s)$

c) $f(x) = \begin{cases} x^2, \text{ se } s \leq 2 \\ 8 - 2x, \text{ se } 2 < x \end{cases}$

i) $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x)$ ii) $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$ iii) $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$

d) $g(t) = \begin{cases} 3 + t^2, \text{ se } t < -2 \\ 0, \text{ se } t = -2 \\ 11 - t^2, \text{ se } -2 < t \end{cases}$

i) $\lim\limits_{t \to -2^+} g(t)$ ii) $\lim\limits_{t \to -2^-} g(t)$ iii) $\lim\limits_{t \to -2} g(t)$

6. Sob condições ideais uma certa população de bactérias dobra a cada 3 horas. Supondo que população inicial é de N bactérias, determine:

   a) a população após 15 horas.

   b) a população após t horas.

   c) o gráfico da função população, $p = p(t)$.

   d) o tempo para a população atingir $50.000N$ bactérias.

7. Um isótopo de sódio ^{24}Na, tem uma vida média de 15 horas. Uma mostra desse isótopo tem massa $2g$. Determine:

   a) a quantidade remanescente após 60 horas.

   b) a quantidade remanescente após t horas.

   c) o gráfico da função quantidade remanescente, $q = q(t)$.

   d) o tempo necessário para que a massa fique reduzida a $0,001g$.

8. Dados:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, \text{se } x \leq 1 \\ x + 1, \text{se } x > 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = \begin{cases} x^2, \text{se } x \leq 1 \\ 2, \text{se } x > 1 \end{cases}$$

   a) Mostre que $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) \neq \lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$ e portanto, $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ não existe.

   b) Mostre que $\lim\limits_{x \to 1^-} g(x) \neq \lim\limits_{x \to 1^+} g(x)$ e portanto, $\lim\limits_{x \to 1} g(x)$ não existe.

   c) Determine fórmulas para $f(x).g(x)$.

   d) Prove que $\lim\limits_{x \to 1} f(x)g(x)$ existe, mostrando que $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)g(x) = \lim\limits_{x \to 1^+} f(x)g(x)$.

9. Dê o valor $f(p)$, se existir, para que $f = f(x)$ seja contínua em p. Justifique.

   a) $f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}, \ p = 2$ b) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x}, \ p = 0$

   c) $f(x) = \dfrac{|x|}{x}, \ p = 0$ d) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 9}{x - 3}, \text{se } x \neq 3 \\ 4, \text{se } x = 3 \end{cases}; \quad p = 3$

10. Calcule e justifique:

a) $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \dfrac{4x^2 - 1}{2x - 1}$

b) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 9}{x + 3}$

c) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$

d) $\lim\limits_{x \to -\frac{1}{3}} \dfrac{9x^2 - 1}{3x + 1}$

e) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{3}}{x - 3}$

f) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{2x + 3} - \sqrt{5}}$

11. Determine L para que a função dada seja contínua no ponto dado. Justifique.

a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - 8}{x - 2}, \text{se } x \neq 2 \\ L, \text{se } x = 2 \end{cases}$ em $p = 2$

b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3}, \text{se } x \neq 3 \\ L, \text{se } x = 3 \end{cases}$ em $p = 3$

12. Calcule:

a) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$

b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^3 + x^2}{3x^3 + x^4 + x}$

c) $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{(x + h)^3 - x^3}{h}$

d) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^4 - 5x - 6}$

e) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 1}{x^4 + 3x - 4}$

f) $\lim\limits_{x \to 7} \dfrac{\sqrt{x} - \sqrt{7}}{\sqrt{x + 7} - \sqrt{14}}$

13. Dada $g(x) = \begin{cases} x, \text{se } x \geq 2 \\ \dfrac{x^2}{2}, \text{se } x < 2 \end{cases}$, calcule:

a) $\lim\limits_{x \to 2^-} g(x)$ e $\lim\limits_{x \to 2^+} g(x)$

b) $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{g(x) - g(2)}{x - 2}$ e $\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{g(x) - g(2)}{x - 2}$

14. Calcule, caso exista, $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ onde:

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 \text{sen} \dfrac{1}{x}, \text{se } x \neq 0 \\ 0, \text{se } x = 0 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x \text{sen} \dfrac{1}{x}, \text{se } x \neq 0 \\ 0, \text{se } x = 0 \end{cases}$