MAT 103 - Cálculo para Contabilidade - FEAUSP - Semestre 2 de 2015

Professor Oswaldo Rio Branco de Oliveira

Dúvidas.

L1 Lista 1, Exercício 6 (q). Simplifique a expressão abaixo pelo método das frações parciais.

$$\frac{x^3+4x^2+6x+1}{x^3+x^2+x-3}.$$

Sugestão.

Dividindo temos

$$\frac{x^3+4x^2+6x+1}{x^3+x^2+x-3} = 1 + \frac{3x^2+5x+4}{x^3+x^2+x-3}.$$

Fatorando o denominador encontramos

$$x^3+x^2+x-3 = (x-1)(x^2+2x+3).$$

Donde segue

$$\frac{3x^2+5x+4}{x^3+x^2+x-3} = \frac{3x^2+5x+4}{(x-1)(x^2+2x+3)}.$$

Notemos que o polinômio

$$x^2+2x+3 = (x+1)^2+2$$

não tem raízes reais.

Pelo método das frações parciais podemos escrever

$$\frac{3x^2+5x+4}{(x-1)(x^2+2x+3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+2x+3},$$

onde A e B e C são constantes reais.

Determine as constantes A, B e C. Exiba a resposta.

Vide também

`http://www.ime.usp.br/~oliveira/MAT103-FEA-FracoesParciais-2015.pdf`

L1 Lista 1, Exercício 10(h). Simplifique pelo método das frações parciais.

(h)
$$\frac{1}{x^2+x+1}.$$

Solução.

Consideremos os polinômios $p(x) = 1$ e $q(x) = x^2 + x + 1$.

Temos grau$(p) = 0 <$ grau$(q) = 2$ e não é possível dividir $p(x)$ por $q(x)$.

Temos também

$$q(x) = x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \neq 0, \text{ para todo } x \in \mathbb{R}.$$

Logo, $q(x)$ é um polinômio de grau dois sem raizes reais e $q(x)$ não é fatorável como um produto de polinômios de grau 1 e com coeficientes reais.

Neste caso, nada mais a fazer. Não é possível simplificar (mais do que "já está simplificado") a função racional [i.e., um quociente de dois polinômios]

$$\frac{1}{x^2+x+1}.$$

Vide também

`http://www.ime.usp.br/~oliveira/MAT103-FEA-FracoesParciais-2015.pdf`