Complementos de Matemática para Contabilidade - MAT103 - FEAUSP
Lista 5 de Exercícios - Segundo semestre de 2015
Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Calcule $f'(x)$, com $f(x)$ igual a:

a) $3(x^2+x)^4 + 5\cos x^3$

b) $\dfrac{e^{x^4}}{x^2+1}$

c) $(x^5+1)^4 \ln(x^2+1)$

d) $\frac{(5x^2+6x^6)^2}{x^2+1}$

e) $\dfrac{(x+1)^4}{e^{x^2}}$

f) $\dfrac{3}{\operatorname{sen} x^4 + \cos x^5}$

g) $\dfrac{\ln(x^7+4x^2)}{(3x^3+2x^4)^5}$

h) $e^{4x^3+3x^2} + (x^2+1)^4 \ln(x^5+4x^4)$

i) $\sqrt{x^3}\sec x^4$

j) $3e^{x^5} + 5\ln(x^6)$

k) $e^{(x^2+x+1)^3}$

l) $4\sec x^3 + \operatorname{cotg} x^5$

m) $(x^2+2x^3)^4 + 3x^5 e^{x^6+2x^7}$

n) $\dfrac{(x^2+1)^4}{\ln(x^5)}$

o) $\sqrt[3]{(x^2+4)^2}$

p) $\dfrac{x}{\operatorname{cossec} x}$

q) $[(x^4+1)^3\sqrt{x+1}]\operatorname{sen}(x)$

r) $\dfrac{(3x^2+2x+7)^4 + x^5 + 1}{x^2+1}$

2. Calcule $f'(x)$, com $f(x)$ igual a:

a) $x^3 e^{x^2}$

b) $(3x+5)^4 \ln x$

c) $x^2 e^{x^3} \cos x^4$

d) $\dfrac{1+e^x}{1-e^x}$

e) $2e^x(x+1)^2 \ln x$

f) $\dfrac{(x+1)^2}{x^3 \ln x}$

g) $4 + 5x^2 \ln x$

h) $\dfrac{e^x}{x^2+1}$

i) $\dfrac{\ln x}{x}$

j) $\dfrac{(3x^2+2x+4)^3}{(x^4+1)^2}$

3. Determine a equação das retas abaixo:

   a) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^3 + 3x$ e paralela à reta $y = 6x - 1$

   b) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^2 - 3x$ e perpendicular à reta $2y + x = 3$

   c) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^3$ e passando por $(0, 2)$

   d) Tangente aos gráficos de $f(x) = -x^2$ e de $g(x) = \dfrac{1}{2} + x^2$

   e) Normal ao gráfico de $y = x^3$, passando por $\left(0, \dfrac{4}{3}\right)$ e não vertical

   f) Tangentes ao gráfico de $y = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 8x + 12$ e paralela à $r : 8x - y + \pi = 0$.

4. Determine os intervalos de crescimento e de decrescimento e esboce o gráfico. Calcule os limites necessários.

   a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

   b) $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$

   c) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$

   d) $y = x^2 + \dfrac{1}{x}$

   e) $y = x + \dfrac{1}{x^2}$

   f) $f(x) = 3x^5 - 5x^3$

   g) $x = \dfrac{t}{1 + t^2}$

   h) $x = \dfrac{t^2}{1 + t^2}$

   i) $x = 2 - e^{-t}$

   j) $y = e^{-x^2}$

   k) $f(x) = e^{2x} - e^x$

   l) $g(t) = e^{\frac{1}{t}}$

   m) $f(x) = \dfrac{x^3 - x^2 + 1}{x}$

   n) $f(x) = \dfrac{3x^2 + 4x}{1 + x^2}$

   o) $g(x) = xe^x$

   p) $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 2$

   q) $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$

   r) $g(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{2(x - 1)}$

   s) $f(x) = \dfrac{\ln\ x}{x}$

   t) $g(x) = x - e^x$

5. Estude a função dada com relação à concavidade e pontos de inflexão.

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$

b) $f(x) = 2x^3 - x^2 - 4x + 1$

c) $f(x) = xe^{-2x}$

d) $x(t) = t^2 + \dfrac{1}{t}$

e) $g(x) = e^{-x} - e^{-2x}$

f) $g(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - 2}$

g) $y = \dfrac{x}{1 + x^2}$

h) $y = \dfrac{x^3}{1 + x^2}$

i) $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$

j) $f(x) = x \ \ln \ x$

6. Esboce o gráfico:

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$

b) $f(x) = x^3 - x^2 + 1$

c) $y = \sqrt{x^2 - 4}$

d) $y = \dfrac{x}{x + 1}$

e) $y = \dfrac{x^2}{x + 1}$

f) $g(x) = xe^{-3x}$

g) $f(x) = 2x + 1 + e^{-x}$

h) $f(x) = e^{-x^2}$

i) $f(x) = \dfrac{x^4}{4} - \dfrac{3x^2}{2} + 2x + 1$

j) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x}$

k) $y = \dfrac{x^3}{x^2 + 4}$

l) $y = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$

m) $y = \dfrac{x^3 - x + 1}{x^2}$

n) $y = e^x - e^{3x}$

o) $f(x) = x^4 - 2x^2$

p) $y = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$

q) $y = \dfrac{x - 1}{x^2}$

r) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - x - 2}$

s) $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x^2}$

t) $y = \dfrac{4x + 3x^2}{1 + x^2}$

7. Estude a função dada com relação a máximos e mínimos locais e globais:

a) $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ b) $f(x) = xe^{-2x}$

c) $f(x) = e^x - e^{-3x}$ d) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 3$

e) $f(x) = x^2 + 3x + 2$ f) $x(t) = te^{-t}$

g) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 2$ h) $y = \sqrt[3]{x^3 - x}$

8. Determine a equação da reta tangente à elipse $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, no ponto $(x_0, y_0),\ y_0 \neq 0$.

9. Mostre que $xy = 1$ é a equação de uma hipérbole, determinando a equaçao padrão desta hipérbole, seus focos, vértices, centro e assíntotas. Verifique que $y_0 x + x_0 y = 2$ é a equação da reta tangente ao gráfico de $xy = 1$ no ponto $(x_0, y_0),\ x_0 > 0$.

10. Suponha que $y = f(x)$ seja uma função derivável dada implicitamente pela equação $y^3 + 2xy^2 + x = 4$. Suponha, ainda, que $1 \in Dom(f)$.

a) Calcule $f(1)$.

b) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1.

11. A reta tangente à curva $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$, no ponto $(x_0, y_0),\ x_0 > 0$ e $y_0 > 0$, intercepta os eixos nos pontos A e B. Mostre que a distância de A a B não depende de (x_0, y_0).

12. Suponhamos um cabo homogêneo flexível suspenso por dois pontos sob seu próprio peso e que o ponto mais baixo, em um sistema cartesiano de coordenadas, corresponda ao ponto $(0, a)$. Mostre que a equação desta curva denominada **catenária** é

$$y = a \cos h\ \left(\frac{x}{a}\right),\ a > 0.$$

13. Seja $f(t),\ t \geq 0$, tal que $f(0) = 1$ e $f(1) = 2$. Suponha, $\dfrac{dx}{dt} > 0,\ t \geq 0\,,\ \dfrac{d^2x}{dt^2} < 0$ para $0 < t < 1$ e $\dfrac{d^2x}{dt^2} > 0$ para $t > 1$. Como deve ser o gráfico de f? Por quê?

14. Calcule

a) $\int x\,dx$ b) $\int 3\,dx$

c) $\int (3x+1)\,dx$ d) $\int (x^3 + x + 1)\,dx$

e) $\int (x + \frac{1}{x^3})\,dx$ f) $\int \sqrt[13]{x}\,dx$

g) $\int (3\sqrt[5]{x^2} + 3x^4 + 7x - 2)\,dx$ h) $\int (2x^3 - \frac{1}{x^4})\,dx$