MAT 5714 - FUNÇÕES ANALÍTICAS

Instituto de Matemática e Estatística da USP

Ano: 2014

Professor Oswaldo R. B. de Oliveira

email: oliveira@ime.usp.br

INTRODUÇÃO

Como comenta R. B. Burckel, a apresentação da teoria das funções de uma variável complexa apresentada na grande maioria dos textos básicos sobre o assunto não surgiu em esplendor e armada da cabeça de Zeus, como foi o nascimento de Atena, filha de Zeus, mas condensou gradualmente de vapores primordiais.

Existem ao menos três linhas de desenvolvimento: a teoria de A. Cauchy (baseada na atual noção de função holomorfa, dita uma função derivável na variável complexa, e na teoria da integração complexa) tem uma forte característica geométrica; a de Bernhard Riemann, baseada nas equações de Cauchy-Riemann e com conexões com Teoria do Potencial (estudo de funções harmônicas), é analítica; a abordagem de K. Weierstrass, baseada em série de potências (e funções analíticas clássicas), é puramente aritmética. Cada uma destas tem seus pontos fortes e fracos. Por exemplo, a teoria (pura) de Weierstrass não revela muita desenvoltura com transformações e, por exemplo, com o Teorema da Aplicação de Riemann. Por outro lado, era a teoria mais rigorosamente lógica e filosoficamente satisfatória das três pois iniciava apenas com a aritmética dos números complexos (i.e., funções racionais) e adicionava apenas mais um ingrediente "natural" - a convergência uniforme.

Nestas notas, iniciando com a abordagem aritmética (Weierstrass), combinada com conceitos básicos de geometria/topologia como compacidade e conexidade, tanto quanto seja eficaz e não árdua, obteremos o Teorema da Aplicação de Riemann. Então, passamos à teoria da integração complexa (seguindo Cauchy).

Entre os autores que empregaram uma abordagem mais aritmética contam-se A. F. Beardon, R. B. Burckel, H. Cartan, S. Lang, R. Remmert, G. T. Whyburn e, é claro, K. Knopp (com obras clássicas). Além destes, J. Bak e D. J. Newman escreveram um livro nesta linha e apropriado a um bacharelado em Matemática.

Bibliografia Resumida

Vários livros, e alguns artigos, inspiraram e/ou são utilizados nestas notas.

O livro mais recomendável (outros também são importantes) a este curso é:

∘ S. Lang, *Complex Analysis*, fourth edition, 1999;

As obras que fortemente inspiraram tais notas (e bastante utilizadas) são:

∘ A. F. Beardon, *The Argument Principle in Analysis and Topology*, 1979;

∘ R. Remmert, *Theory of Complex Functions*, 1991.

Entre os livros muito utilizados na elaboração desta notas, contam-se ainda:

∘ R. B. Burckel, *An Introduction to Classical Complex Analysis Vol. 1*, 1979;

∘ R Narasimhan & Y. Nievergelt, *Complex Analysis in One Variable*, second edition, 2001;

Uma grande fonte de inspiração para estas notas (mas menos utilizada) é

∘ G. T. Whyburn, *Topological Analysis*, revised edition, 1964;

Foram também efetivamente utilizados:

∘ L. V. Ahlfors, *Complex Analysis*, third edition, 1979;

∘ J. Bak and D. J. Newman, *Complex Analysis*, third edition, 2010;

∘ H. Cartan, *Elementary Theory of Analytic Functions of One or Several Complex Variables*, 1963, Dover (1995).

∘ J. B. Conway, *Functions of One Complex Variable I*, second edition, 1978;

∘ T. W. Gamelin, *Complex Analysis*, 2001;

∘ K. Knopp, *Theory and Application of Infinite Series*, 1951, Dover (1990).

∘ W. Rudin, *Real and Complex Analysis*, third edition, 1987;

∘ D. Sarason, *Complex Function Theory*, second edition, 2007;

∘ M. Stein and E. Shakarchi, *Complex Analysis*, 2003.

São Paulo, 21 de junho de 2014

Oswaldo Rio Branco de Oliveira