

MAT 105 - GEOMETRIA ANALÍTICA - INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

Professor Oswaldo Rio Branco de Oliveira

Período: Primeiro Semestre de 2016

AS MÉDIAS ARITMÉTICA, HARMÔNICA E GEOMÉTRICA

1. Na figura abaixo temos $|AC| = a$ e $|BC| = b$.

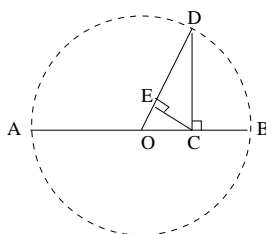


Figura 1: Médias aritmética - harmônica - geométrica

- (i) Determine $|ED|$ em função de a e b .
- (ii) Comprove na figura que a média aritmética de dois números a e b positivos é maior ou igual a sua média geométrica, a raiz quadrada do produto de a por b , que é maior ou igual a sua média harmônica, o inverso da média aritmética dos inversos de a e b :

$$\frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} .$$

Observação Dados a e b positivos, c ($a < c < b$) é média harmônica de a e b se

$$(*) \quad \frac{c-a}{b-c} = \frac{a}{b} .$$

Interpretando a , c e b como comprimentos de segmentos temos a figura abaixo.



Figura 2: Média Harmônica

De (*) temos $bc - ab = ab - ac$; logo, $c = \frac{2ab}{a+b}$ e portanto:

$$c = \frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)} .$$