$3^{\underline{a}}$ Lista de Exercícios MAT 111

Cálculo Diferencial e Integral I - IG - 2017

Profa. Iryna Kashuba

$1^{\underline{a}}$ parte: Problemas de otimização e formula de Taylor

1. Determine as dimensões do retângulo de área máxima cujo perímetro P é dado.

2. Determine a altura do cone circular reto, de volume máximo, inscrito na esfera de raio R.

3. Determine o retângulo de área máxima, e lados paralelos aos eixos coordenados, inscrito no elipse $4x^2 + y^2 = 1$.

4. Encontre o ponto da curva $y = \frac{2}{x}$, $x > 0$, que está mais próximo da origem.

5. Um cilindro é obtido girando-se um retângulo ao redor do eixo x, onde a base do retângulo está apoiada. Seus vértices superiores estão sobre a curva $y = \frac{x}{x^2+1}$. Qual é o maior volume que tal cilindro pode ter?

6. Um arame de comprimento L deve ser cortado em 2 pedaços, um para formar um quadrado e outro um triângulo equilátero. Como se deve cortar o arame para que a soma das áreas cercadas pelos 2 pedaços seja (a) máxima? (b) mínima?

7. Utilizando polinômio de Taylor de ordem 1, calcule um valor aproximado e avalie o erros:

$$(a)\ \sqrt{5,9} \qquad (b)\ e^{0,04} \qquad (c)\ \operatorname{sen} 0,2 \qquad (d)\ \ln 1,2 \qquad (e)\ \sqrt[3]{3,2}\ .$$

8^*. Mostre que para $\forall x \in \mathbb{R}$ $|\operatorname{sen} x - x| \leq \frac{1}{3!}|x|^3$.

2ª parte: Primitivas e integrais indefinidas

1. Calcule:

   $(a)\ \displaystyle\int \frac{x^2+1}{x}\,dx,\ x>0$ $\quad (b)\ \displaystyle\int \frac{(e^x+e^{-x})}{2}\,dx$ $\quad (c)\ \displaystyle\int \cos^2(3x)\,dx$ $\quad (d)\ \displaystyle\int (\operatorname{sen} x+\cos x)^2\,dx$

   $(e)\ \displaystyle\int \cos^4 x\,dx$ $\quad (f)\ \displaystyle\int \operatorname{tg}^2 x\,dx$ $\quad (g)\ \displaystyle\int \frac{\cos x+\operatorname{sen} x}{\cos x}\,dx$ $\quad (h)\ \displaystyle\int \operatorname{sen} 3x\cos 4x\cos 5x\,dx$

   $(i)\ \displaystyle\int xe^{x^2}\,dx$ $\quad (j)\ \displaystyle\int \frac{x}{\sqrt[3]{1+x^2}}\,dx$ $\quad (k)\ \displaystyle\int \cos^3 x\operatorname{sen}^3 x\,dx$ $\quad (l)\ \displaystyle\int \operatorname{tg}^3 x\operatorname{sen}^2 x\,dx$

   $(m)\ \displaystyle\int \frac{1}{x\ln x}\,dx$ $\quad (n)\ \displaystyle\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}\,dx$ $\quad (o)\ \displaystyle\int \frac{1}{x}\cos(\ln x)\,dx$ $\quad (p)\ \displaystyle\int \frac{2}{4-9x^2}\,dx.$

   $(r)\ \displaystyle\int x\operatorname{arctg} x\,dx$ $\quad (s)\ \displaystyle\int \operatorname{arcsen} x\,dx$ $\quad (t)\ \displaystyle\int \ln(x+\sqrt{1+x^2})\,dx$ $\quad (u)\ \displaystyle\int \operatorname{sen}(\ln x)\,dx$

2. Calcule:

   $(a)\ \displaystyle\int x^2\ln x\,dx$ $\quad (b)\ \displaystyle\int e^{-x}\cos 2x\,dx$ $\quad (c)\ \displaystyle\int x^3\cos x^2\,dx$ $\quad (d)\ \displaystyle\int (\ln x)^2\,dx$

3. Calcule $\int e^{-st}\operatorname{sen} t\,dt$, $s>0$ é constante.

4. Calcule:

   $(a)\ \displaystyle\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$ $\quad (b)\ \displaystyle\int \sqrt{-x^2+2x+3}\,dx$ $\quad (c)\ \displaystyle\int x^2\sqrt{1-x^2}\,dx$ $\quad (d)\ \displaystyle\int \sqrt{9-4x^2}\,dx$

5. Sejam m e n constantes não nulas dadas. Verifique que

$$\int \frac{mu+n}{1+u^2}\,du = \frac{m}{2}\ln(1+u^2)+n\operatorname{arctg} u+k.$$

6. Calcule

   $(a)\ \displaystyle\int \frac{x^3+x+1}{x^2-x}\,dx$ $\quad (b)\ \displaystyle\int \frac{x+1}{x^2+9}\,dx$ $\quad (c)\ \displaystyle\int \frac{1}{x^2-x-2}\,dx$

   $(d)\ \displaystyle\int \frac{2}{(x+2)(x-1)^2}\,dx$ $\quad (e)\ \displaystyle\int \frac{x^2+1}{(x-2)^3}\,dx$ $\quad (f)\ \displaystyle\int \frac{3x^2+5x+4}{x^3+x^2+x-3}\,dx$

$3^{\underline{a}}$ parte: Equações diferenciais

1. Resolva

$$(a)\ \frac{dx}{dt}=\frac{t}{x} \qquad (b)\ \frac{dy}{dx}=\frac{1+y^2}{x},\quad x>0 \qquad (c)\ \frac{dy}{dx}=\cos^2 y,\quad \frac{\pi}{2}<y<\frac{3\pi}{2}$$

$$(d)\ \frac{dy}{dx}=\cos^2 y,\quad -\frac{\pi}{2}<y<\frac{\pi}{2} \qquad (e)\ \frac{du}{dv}=\frac{c}{v}\quad c=const \qquad (f)\ \frac{dy}{dx}=4-y^2$$

2. Determine $y=y(t)$ que satisfaça as condições dadas:

$$(a)\ \frac{dy}{dt}=e^y,\quad y(0)=1 \qquad (b)\ \frac{dy}{dt}=y^2-4,\quad y(1)=2$$