$1\frac{1}{2}$ Lista de Exercícios MAT 134
Introdução à Álgebra Linear - 2017 - Profa. Iryna Kashuba

Determinantes

1. Determine se a afirmação é verdadeira ou falsa, justificando a resposta.

   a) Dados uma matriz quadrada A e un escalar α quaisquer, temos $det(\alpha A) = \alpha det\, A$.

   b) Dadas quaisquer matrizes quadradas A e B, temos $det\, A = det\, B$.

   c) Dada qualquer matriz A quadrada $det(A^2) = (det\, A)^2$.

   d) Se A for invertível, então $adj(A)$ também será invertível. Se A tem uma linha de zeros, então $adj(A)$ também tem.

   e) Se A é uma matriz 4×4 e B a matriz que resulta se multiplicamos a primeira coluna por 2 e a terceira coluna por $\frac{1}{4}$ então $detB = \frac{1}{2}$.

2. Mostre que determinante de matriz sem calcular o determinante diretamente

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 8 & 1 & 4 \\ 4 & -6 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 5 & 1 \\ 1 & 10 & 6 & 5 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

3. Calcule determinante de matriz com uma expansão em cofatores ao longo de uma linha eu coluna.

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 1 \\ -1 & 0 & 5 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & k & k^2 \\ 1 & k & k^2 \\ 1 & k & k^2 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} k+1 & k-1 & 7 \\ 2 & k-3 & 4 \\ 5 & k+1 & k \end{bmatrix}$$

4. Calcule determinante de martizes do exercício 3 usando operações com linhas e expanção em cofatores.

5. Encontre todos os valores de λ com os quais valor do determinante é 0.

$$A = \begin{bmatrix} \lambda-2 & 1 \\ -5 & \lambda+4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} \lambda-1 & 0 \\ 2 & \lambda+1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} \lambda-4 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 3 & \lambda-1 \end{bmatrix}$$

6. Calcule os determinantes de matrizes, sabendo que $det \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = 10$

$$A = \begin{bmatrix} g & h & i \\ d & e & f \\ a+5g & b+5h & c+5i \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3a & 3b & 3c \\ -g & -h & -i \\ \frac{d}{10} & \frac{e}{10} & \frac{f}{10} \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{bmatrix}$$

7. Mostre que as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} \qquad \text{e} \qquad B = \begin{bmatrix} d & e \\ 0 & f \end{bmatrix}$$

comutam se, e só se,

$$det \begin{bmatrix} b & a-c \\ e & d-f \end{bmatrix} = 0.$$