

Realce no domínio de frequências

Hitoshi

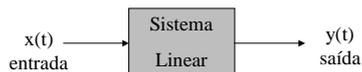
Capítulo 4 do Gonzalez

Sistemas lineares

- muito utilizado para a descrição de sistemas elétricos e ópticos
- possuem fundamentos matemáticos bem estabelecidos para examinar processos de amostragem, filtragem e resolução espacial, entre outros

Sistema: definição

- **Sistema:** qualquer coisa que recebe uma entrada e como resultado produz uma saída
 - não estamos preocupados ainda com o que há dentro do sistema
 - a entrada e saída podem ser multidimensionais
- exemplo de sistema 1D:



Propriedades

- **Linearidade:** sejam
 - o sinal $x_1(t)$ que produz a saída $y_1(t)$
 - o sinal $x_2(t)$ que produz a saída $y_2(t)$
 - o sistema é linear iff $x_1(t) + x_2(t) = y_1(t) + y_2(t)$
 - se a propriedade não for satisfeita, o sistema é dito não linear
- **Invariância a deslocamento:**
 - assumamos que $x(t) \rightarrow y(t)$ (x produz y)
 - considere que a entrada é deslocada por T
 - um sistema é dito invariante a deslocamento se $x(t - T) = y(t - T)$

Sistemas harmônicos e análise de sinais complexos

- Em geral, sinais (e imagens) podem ser representados por funções de valores reais, que representam magnitudes de propriedades físicas
 - a análise de sistemas lineares é simplificada com a utilização de funções complexas
- Sinal harmônico: é um sinal complexo definido por:
 - $x(t) = \exp(j \omega t) = \cos(\omega t) + j \sin(\omega t)$, onde $j^2 = -1$
 - pode ser considerado como um vetor de comprimento unitário girando no plano complexo com velocidade ω (em rad/s), onde $\omega = 2\pi f$

Resposta a entrada harmônica

- Considere:
 - um sistema linear invariante a deslocamento (SLID)
 - o sinal harmônico $x_1(t) = \exp(j \omega t)$ como entrada
 - a resposta do sistema é $y_1(t) = K(\omega, t) \exp(j \omega t)$
 - $K(\omega, t)$ é uma função complexa de ω e t
- Pode-se mostrar que a resposta de um sistema linear invariante a uma entrada harmônica é simplesmente a entrada multiplicada por um número complexo que depende apenas de ω
 - ou seja, uma entrada harmônica em um SLID produz uma saída harmônica de mesma frequência

Sinais harmônicos e senoidais

- Como na prática os sinais de entrada e saída são representados por funções de valores reais, podemos introduzir uma outra restrição para que SLIDs preservem a parte real

$$- x(t) \rightarrow y(t) \Rightarrow \text{Re}\{x(t)\} \rightarrow \text{Re}\{y(t)\}$$

- Essa restrição facilita o processo de análise

exemplo

- se a entrada é um função cosseno, podemos adicionar uma componente imaginária seno para que o sinal se torne harmônico, determinar a resposta do sistema e ao final desconsiderar a parte imaginária
- Esse método de transformação (do domínio senoidal para harmônico e de volta ao senoidal) para resolução de sistemas lineares é uma ferramenta muito utilizada na prática

Função de transferência

- $K(\omega)$ é chamada de função de transferência do sistema L e é suficiente para especificar completamente o sistema
- é comum utilizar a forma polar, com amplitude e fase
- exemplo: qual a saída $y(t)$ produzida pela entrada $x(t) = \cos(\omega t)$?

Resumo

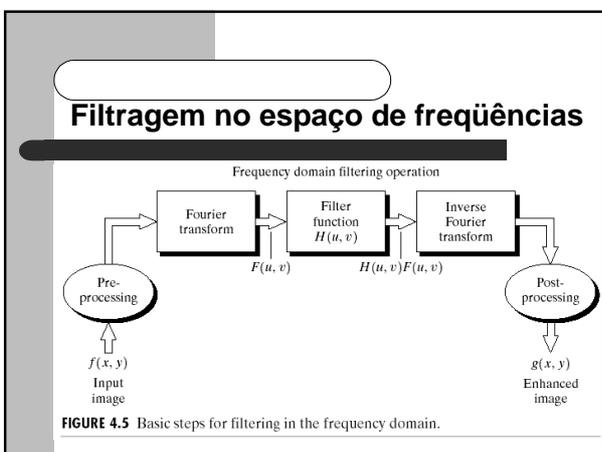
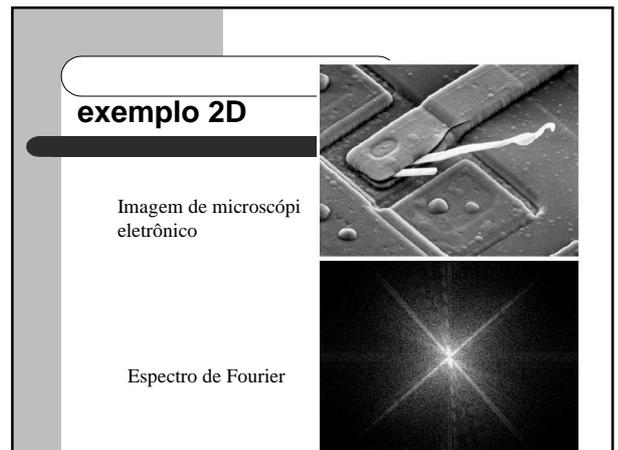
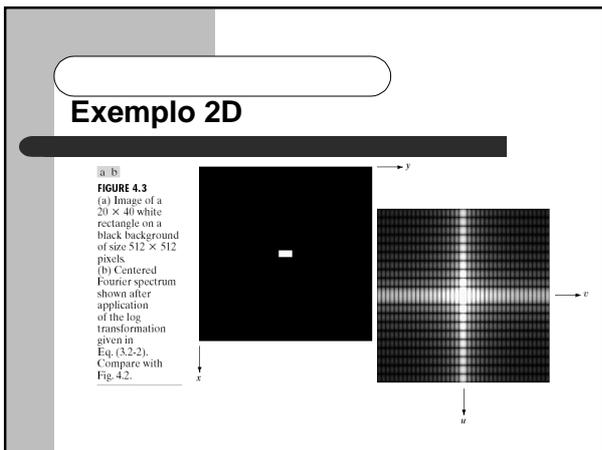
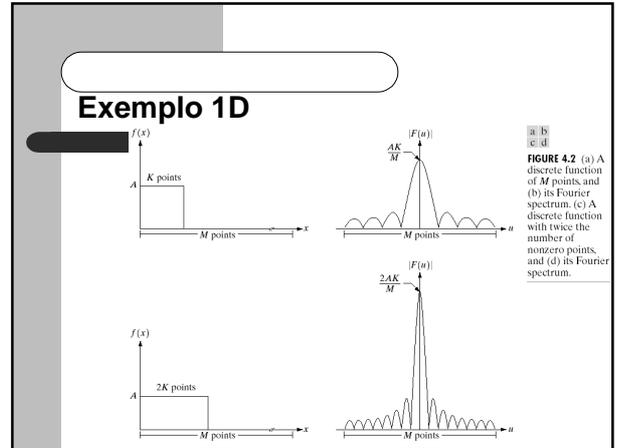
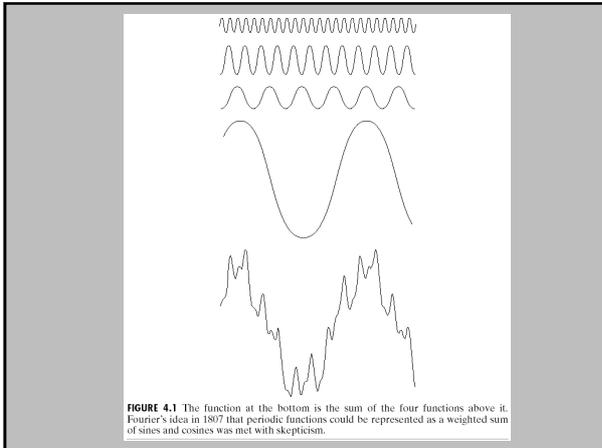
- 1) uma entrada harmônica produz em um SLID uma saída harmônica de mesma frequência
- 2) um SL é especificado pela sua função de transferência, que é uma função complexa da frequência
- 3) a função de transferência produz 2 efeitos sobre a entrada, mudança de amplitude e deslocamento de fase

Convolução

- Definição
- Propriedades
- Na forma de matrizes
- Convolução em 2D

Transformada de Fourier

- 1822 - Matemático francês J. Fourier mostrou que qualquer função periódica pode ser expressa como uma soma infinita de funções exponenciais complexas periódicas.
- Muitos anos mais tarde, suas idéias foram generalizadas
 - funções não periódicas
 - sinais de tempo discreto periódicos
 - sinais de tempo discreto não periódicos
- 1965: Fast Fourier Transform



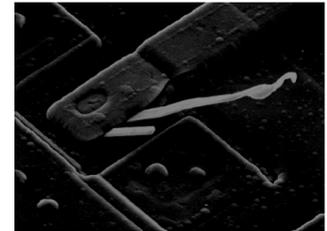
- ### Passos básicos
- multiplique a função imagem de entrada por $(-1)^{x+y}$
 - assim a DFT será deslocada para $u=M/2$ e $v=N/2$
 - calcule $F(u,v)$, a DFT da imagem de entrada
 - multiplique $F(u,v)$ pela função de filtragem $H(u,v)$
 - calcule a DFT inversa do resultado em (3)
 - extraia a parte real do resultado em (4)
 - multiplique o resultado em (5) por $(-1)^{x+y}$ para cancelar a multiplicação em (1)

Notch filter

- notch filter é um filtro pontual, elimina uma componente específica de frequência
- Por exemplo, pode forçar a componente $F(0,0)$ para zero
 - A componente $F(0,0)$ equivale ao valor médio dos níveis de cinza na imagem
 - conhecida como componente DC (direct current), ou componente contínua
- na realidade, a média dos níveis de cinza não pode ser zero pois precisaríamos de níveis negativos, e a saída do filtro precisa ser reescalada

Exemplo: Componente DC = 0

FIGURE 4.6
Result of filtering the image in Fig. 4.4(a) with a notch filter that set to 0 the $F(0,0)$ term in the Fourier transform.



Filtros passa alta e passa baixa

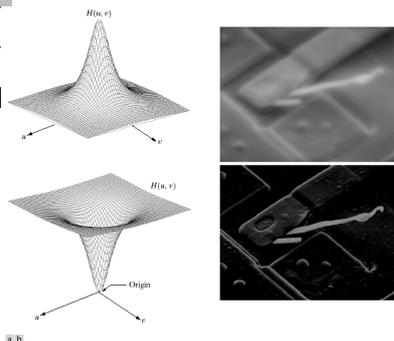
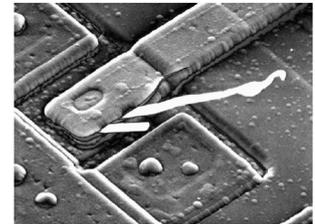


FIGURE 4.7 (a) A two-dimensional lowpass filter function. (b) Result of lowpass filtering the image in Fig. 4.4(a). (c) A two-dimensional highpass filter function. (d) Result of highpass filtering the image in Fig. 4.4(a).

Passa alta + constante DC

FIGURE 4.8
Result of highpass filtering the image in Fig. 4.4(a) with the filter in Fig. 4.7(c), modified by adding a constant of one-half the filter height to the filter function. Compare with Fig. 4.4(a).



Filtros nos domínios do espaço e frequência

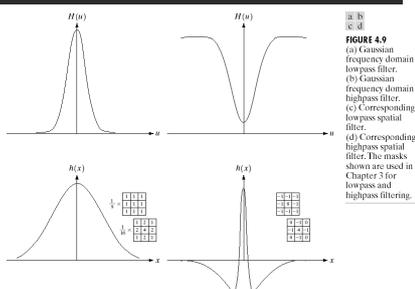


FIGURE 4.9 (a) Gaussian frequency domain lowpass filter. (b) Gaussian frequency domain highpass filter. (c) Corresponding lowpass spatial filter. (d) Corresponding highpass spatial filter. The masks shown are used in Chapter 3 for lowpass and highpass filtering.

Filtro passa baixas ideal

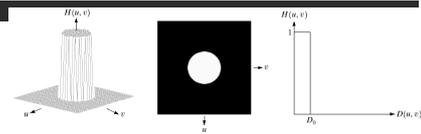


FIGURE 4.10 (a) Perspective plot of an ideal lowpass filter transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross section.

Filtro passa baixas ideal

FIGURE 4.11 (a) An image of size 500×500 pixels and (b) its Fourier spectrum. The superimposed circles have radii values of 5, 15, 30, 80, and 230, which enclose 92.0, 94.6, 96.4, 98.0, and 98.5% of the image power, respectively.

Filtro passa baixas ideal exemplo

FIGURE 4.12 (a) Original image. (b)-(f) Results of ideal lowpass filtering with cutoff frequencies set at radii values of 5, 15, 30, 80, and 230, as shown in Fig. 4.11(b). The power removed by these filters was 8, 5.4, 3.6, 2, and 0.5% of the total, respectively.

Filtro passa baixas ideal Exemplo

FIGURE 4.13 (a) A frequency-domain ILPF of radius 5. (b) Corresponding spatial filter (note the ringing). (c) Five impulses in the spatial domain, simulating the values of five pixels. (d) Convolution of (b) and (c) in the spatial domain.

Filtro passa baixas de Butterworth

FIGURE 4.14 (a) Perspective plot of a Butterworth lowpass filter transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross sections of orders 1 through 4.

Exemplo

FIGURE 4.15 (a) Original image. (b)-(f) Results of filtering with BLPFs of order 2, with cutoff frequencies at radii of 5, 15, 30, 80, and 230, as shown in Fig. 4.11(b). Compare with Fig. 4.12.

FPBB de ordens diferentes

FIGURE 4.16 (a)-(d) Spatial representation of BLPFs of order 1, 2, 5, and 20, and corresponding gray-level profiles through the center of the filters (all filters have a cutoff frequency of 5). Note that ringing increases as a function of filter order.

Filtro passa baixas gaussiano

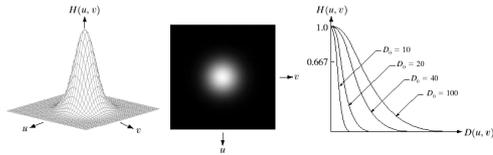


FIGURE 4.17 (a) Perspective plot of a GLPF transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross sections for various values of D_0 .

Exemplo

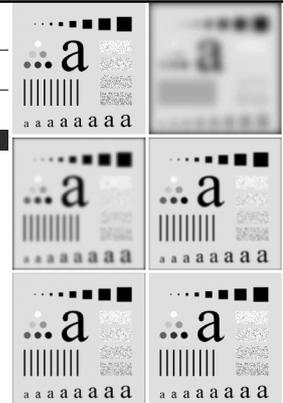


FIGURE 4.18 (a) Original image. (b)-(f) Results of filtering with Gaussian lowpass filters with cutoff frequencies set at radii values of 5, 15, 30, 80, and 230, as shown in Fig. 4.17(b). Compare with Figs. 4.12 and 4.15.

Exemplos práticos

FIGURE 4.19 (a) Sample text of low resolution (note broken characters in magnified view). (b) Result of filtering with a GLPF (broken character segments were joined).

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



Exemplos práticos



FIGURE 4.20 (a) Original image (1028 × 732 pixels). (b) Result of filtering with a GLPF with $D_0 = 100$. (c) Result of filtering with a GLPF with $D_0 = 80$. Note reduction in skin fine lines in the magnified sections of (b) and (c).

Exemplos práticos



FIGURE 4.21 (a) Image showing prominent scan lines. (b) Result of using a GLPF with $D_0 = 30$. (c) Result of using a GLPF with $D_0 = 10$. (Original image courtesy of NOAA.)

Filtros passa alta

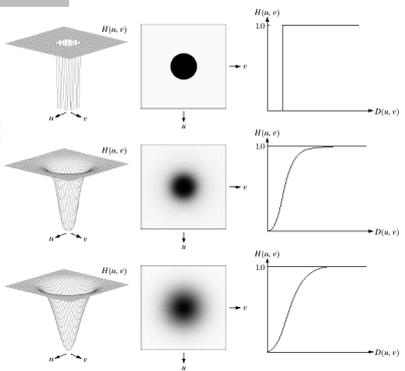


FIGURE 4.22 Top row: Perspective plot, image representation, and cross section of a typical ideal highpass filter. Middle and bottom rows: The same sequence for typical Butterworth and Gaussian highpass filters.

Filtros passa alta

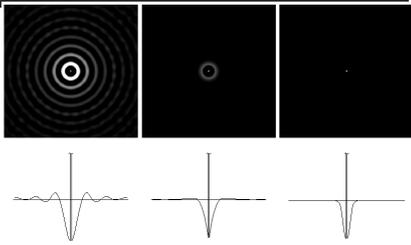


FIGURE 4.23 Spatial representations of typical (a) ideal, (b) Butterworth, and (c) Gaussian frequency domain highpass filters, and corresponding gray-level profiles.

Exemplo: FPA ideal

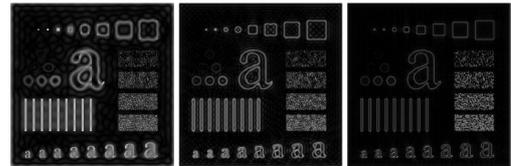


FIGURE 4.24 Results of ideal highpass filtering the image in Fig. 4.11(a) with $D_0 = 15, 30,$ and $80,$ respectively. Problems with ringing are quite evident in (a) and (b).

Exemplo: FPA de Butterworth

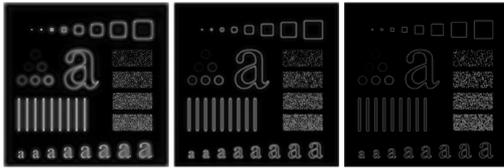


FIGURE 4.25 Results of highpass filtering the image in Fig. 4.11(a) using a BHPF of order 2 with $D_0 = 15, 30,$ and $80,$ respectively. These results are much smoother than those obtained with an ILPF.

Exemplo: FPA Gaussiano

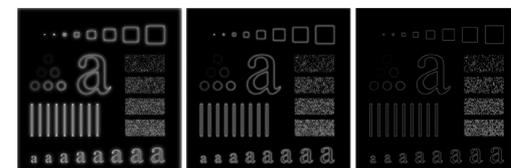


FIGURE 4.26 Results of highpass filtering the image of Fig. 4.11(a) using a GHPF of order 2 with $D_0 = 15, 30,$ and $80,$ respectively. Compare with Figs. 4.24 and 4.25.

Filtro Laplaciano

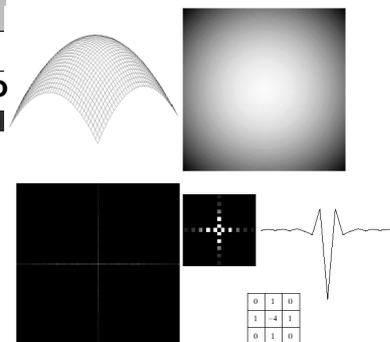
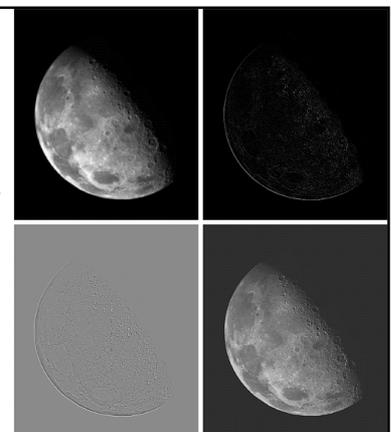


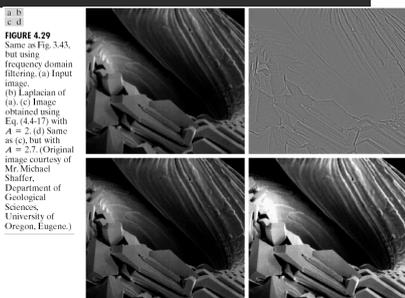
FIGURE 4.27 (a) 3-D plot of Laplacian in the frequency domain, (b) image representation of (a), (c) Laplacian in the spatial domain obtained from the inverse DFT of (b), (d) Zoomed section of the origin of (c), (e) Gray-level profile through the center of (d), (f) Laplacian mask used in Section 2.7.

FIGURE 4.28 (a) Image of the North Pole of the moon, (b) Laplacian filtered image, (c) Laplacian image scaled, (d) Image enhanced by using Eq. (4.4-12). (Original image courtesy of NASA.)

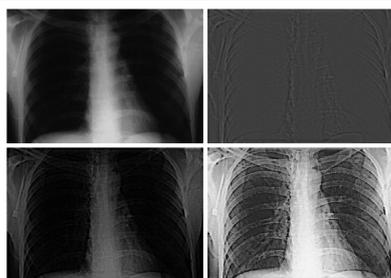
Exemplo Filtro Laplaciano



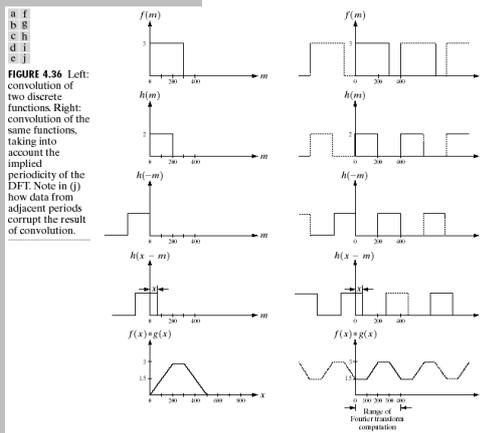
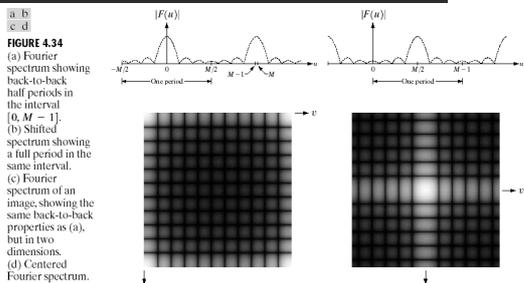
Exemplo de filtragem no domínio de frequências



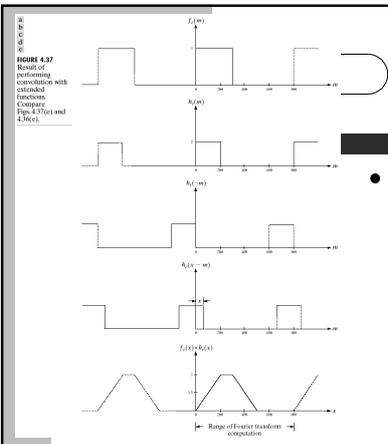
Exemplo



Periodicidade do espectro de Fourier

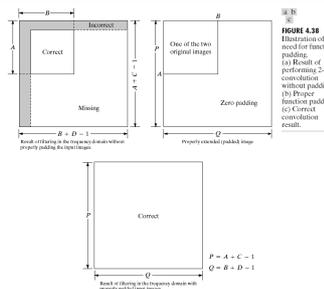


P
a
d
d
i
n
g



- Note que com a introdução da moldura, o resultado da convolução é correto

Padding 2D



Exemplo

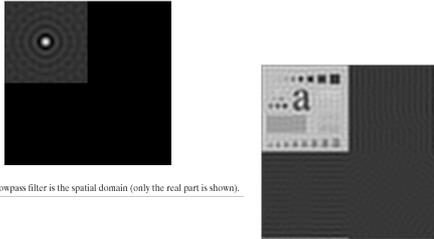


FIGURE 4.39 Padded lowpass filter in the spatial domain (only the real part is shown).

FIGURE 4.40 Result of filtering with padding. The image is usually cropped to its original size since there is little valuable information past the image boundaries.

correlação

