1. Seja $f : U \to \mathbb{R}$ uma função de classe $\mathcal{C}^1$ definida num aberto U de $\mathbb{R}^n$ e seja $C \subset U$ um subconjunto fechado. Demonstre que existe uma função $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^1$ cuja restrição a C coincide com f (em outras palavras, $f|_C$ admite uma *extensão* a uma função de classe $\mathcal{C}^\infty$ definida em $\mathbb{R}^n$). O que acontece se trocarmos C por um aberto $V \subset U$?

2. Seja C um subconjunto fechado de $\mathbb{R}^n$. Demonstre que existe uma função $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ de classe $\mathcal{C}^\infty$ tal que o conjunto de zeros de f é exatamente C. (Sugestão: Cubra $\mathbb{R}^n \setminus C$ com uma coleção enumerável de interiores de suportes de bump functions.)