

**Axler:** §6.B exercícios 3, 5, 6, 8, 10, 12, 17  
§6.C exercícios 2, 3, 7, 8  
§7.A exercícios 1, 2, 4, 5, 6, 9, 11, 13, 19

**Suplemento:**

1. Descrever todos os produtos internos sobre  $\mathbb{R}^1$  e  $\mathbb{C}^1$ .
2. Aplicar o processo de ortonormalização de Gram-Schmidt à base

$$\mathcal{B} : v_1 = (1, 0, 1), v_2 = (1, 0, -1), v_3 = (0, 3, 4)$$

de  $\mathbb{R}^3$ .

3. Seja  $V$  o espaço vetorial das matrizes complexas  $n \times n$  equipado com o produto interno  $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^*)$  onde  $\text{tr}$  denota o traço (i.e. a soma dos elementos diagonais) e  $B^*$  é a matriz transposta conjugada de  $B$ . Verificar que  $\langle, \rangle$  de fato é um produto interno em  $V$  e determinar o complemento ortogonal do subespaço de  $V$  formado pelas matrizes diagonais.
4. Seja  $V$  o espaço vetorial das matrizes complexas  $n \times n$  sobre  $\mathbb{C}$  munido do produto interno  $\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^*)$ . Seja  $M$  uma matriz invertível fixada em  $V$  e seja  $T \in \mathcal{L}(V)$  definido por  $T_P(A) = P^{-1}AP$ . Determinar o adjunto de  $T_P$ .
5. Dê um exemplo de um operador  $T$  tal que  $T^2$  seja normal mas  $T$  não o seja.
6. Considere  $\mathbb{C}^2$  com o produto interno usual e seja  $T \in (\mathbb{C}^2)$  o operador dado em relação à base canônica pela matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$$

Verificar que  $T$  é normal e determinar uma base ortonormal de  $V$  constituída de auto-vetores de  $T$ .

7. Seja  $T$  um operador num espaço vetorial de dimensão finita. Demonstrar que se  $T$  é diagonalizável, então qualquer potência  $T^k$  para  $k > 0$  também o é.
8. Determinar todos os valores de  $a, b, c \in \mathbb{F}$  que tornam a matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & b & 1 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

semelhante a uma matriz diagonal.