

**MAT220 – Cálculo Diferencial e Integral IV**  
**Lista de Exercícios 6 – 14/10/2010**

PROF. CLAUDIO GORODSKI

1. Calcular as seguintes integrais onde  $C$  é a fronteira do quadrado cujos lados estão sobre as retas  $x = \pm 2$  e  $y = \pm 2$ , orientado no sentido anti-horário:

a.  $\int_C \frac{e^{-z}}{z - \pi i/2} dz$

b.  $\int_C \frac{\cos z}{z(z^2+8)} dz$

c.  $\int_C \frac{z}{2z+1} dz$

d.  $\int_C \frac{\tan(z/2)}{(z-x_0)^2} dz \quad (|x_0| < 2)$

e.  $\int_C \frac{\cosh z}{z^4} dz$

*Respostas:* a.  $2\pi$ ; b.  $\pi i/4$ ; c.  $-\pi i/2$ ; d.  $\pi i \sec^2(x_0/2)$ ; e. 0.

2. Calcular:

a.  $\int_C \frac{\cos(z^2+3z-1)}{(2z+3)^2} dz$ , onde  $C$  é o círculo  $|z| = 3$  orientado no sentido anti-horário.

b.  $\int_C \frac{z^2}{(2z-i)^3} dz$ , onde  $C$  é o círculo  $|z| = 1$  orientado no sentido anti-horário.

c.  $\int_C \frac{\log(z^2+2)}{(3z-2)^2} dz$ , onde  $C$  é o círculo  $|z| = 1$  orientado no sentido anti-horário.

*Respostas:* a. 0; b.  $\pi i/4$ ; c.  $4\pi i/33$ .

3. Suponha que  $f$  é analítica no interior e sobre uma curva fechada simples orientada  $C$ . Mostre que

$$\int_C \frac{f'(z)}{z - z_0} dz = \int_C \frac{f(z)}{(z - z_0)^2} dz$$

onde  $z_0$  é um ponto que não está sobre  $C$ .

4.

a. Sendo  $C$  o círculo  $z = e^{it}$ ,  $-\pi < t < \pi$ , orientado no sentido anti-horário, e  $\alpha \in \mathbf{R}$ , mostre que

$$\int_C \frac{e^{\alpha z}}{z} dz = 2\pi i$$

b. Use o resultado do item (a) para mostrar que

$$\int_0^\pi e^{\alpha \cos \theta} \cos(\alpha \sin \theta) d\theta = \pi.$$