

MAT220 – Cálculo Diferencial e Integral IV
Lista de Exercícios 1 – 15/08/2010

PROF. CLAUDIO GORODSKI

1. Usando a forma polar, verifique que:

a. $\frac{5i}{2+i} = 1 + 2i$;

b. $(-1 + i)^7 = -8(1 + i)$;

c. $(1 + i\sqrt{3})^{-10} = 2^{-11}(-1 + i\sqrt{3})$.

2. Suponha que z_1 e z_2 são ambos não-nulos. Mostre que

$$\Re(z_1 \bar{z}_2) = |z_1||z_2|$$

se e somente se $\arg z_2 = \arg z_1 + 2k\pi$ para $k \in \mathbf{Z}$.

3. Calcular todos os valores de:

a. $(-i)^{\frac{1}{3}}$;

b. $8^{\frac{1}{6}}$.

4. Use as fórmulas de Moivre e do binômio para mostrar que $\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$.

5. Mostre que $\exp(3 + 7\pi i) = e^{-3}$.

6. Descreva geometricamente cada uma das seguintes regiões:

a. $\Re z < 1$;

b. $|\Im z| > 2$;

c. $0 \leq \arg z \leq \pi/3$ e $|z| > 1$;

d. $1 < |z - 2i| < 2$;

e. $|z - i| + |z + 2| = 3$;

f. $\Im(z^2) < 0$;

g. $\Re\left(\frac{1}{z}\right) < \frac{1}{2}$.