

MAT211 – Cálculo Diferencial e Integral III
Lista de Exercícios 5 – 04/05/2011

PROF. CLAUDIO GORODSKI

1. Calcular as integrais duplas através de integrais iteradas:

- a. $\int_Q xy(x+y) dx dy$, onde $Q = [0, 1] \times [0, 1]$.
- b. $\int_Q (x^3 + 3x^2y + y^3) dx dy$, onde $Q = [0, 1] \times [0, 1]$.
- c. $\int_Q (\sqrt{y} + x - 3xy^2) dx dy$, onde $Q = [0, 1] \times [1, 3]$.
- d. $\int_Q \sin^2 x \sin^2 y dx dy$, onde $Q = [0, \pi] \times [0, \pi]$.
- e. $\int_Q \sin(x+y) dx dy$, onde $Q = [0, \pi/2] \times [0, \pi/2]$.
- f. $\int_Q |\cos(x+y)| dx dy$, onde $Q = [0, \pi] \times [0, \pi]$.
- g. $\int_Q f(x+y) dx dy$, onde $Q = [0, 2] \times [0, 2]$ e $f(t)$ denota o maior inteiro $\leq t$.
- h. $\int_Q y^{-3} e^{tx/y} dx dy$, onde $Q = [0, t] \times [1, t]$ e $t > 0$.
- i. Seja f definida no retângulo $Q = [0, 1] \times [0, 1]$ como a seguir:

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 - x - y & \text{se } x + y \leq 1, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Calcular o volume do sólido delimitado pelo gráfico de f e pelo plano $z = 0$.

2. Calcular as integrais duplas através de integrais iteradas:

- a. $\iint_S x \cos(x+y) dx dy$, onde S é a região triangular de vértices $(0, 0)$, $(\pi, 0)$, (π, π) .
- b. $\iint_S (1+x) \sin y dx dy$, onde S é o quadrilátero de vértices $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 2)$, $(0, 1)$.
- c. $\iint_S e^{x+y} dx dy$, onde $S = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$.
- d. $\iint_S x^2 y^2 dx dy$, onde S é a região do primeiro quadrante entre as hipérbolas $xy = 1$ e $xy = 2$ e as retas $y = x$ e $y = 4x$.
- e. $\iint_S (x^2 - y^2) dx dy$, onde S é a região delimitada pela curva $y = \sin x$ e pelo intervalo $y = 0$, $0 \leq x \leq \pi$.

3. Uma pirâmide é formada pelos três planos coordenados e pelo plano $x + 2y + 3z = 6$. Esboçar um desenho do sólido e calcular seu volume através de uma integral dupla.

4. Repetir o exercício anterior para o sólido delimitado pela superfície $z = x^2 - y^2$ e os planos $z = 0$, $x = 1$ e $x = 3$.

5. Calcular por meio de uma integral dupla o volume da região debaixo do gráfico de $f : S \rightarrow \mathbf{R}$, onde:

a. $f(x, y) = x^2 + y^2$ e $S = \{(x, y) \mid |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$.

b. $f(x, y) = y + 2x + 20$ e $S = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 16\}$.

6. Esboçar um desenho da região de integração e inverter a ordem de integração:

a. $\int_0^1 \int_0^y f(x, y) dx dy$

b. $\int_0^2 \int_{y^2}^{2y} f(x, y) dx dy$

c. $\int_1^4 \int_{\sqrt{x}}^2 f(x, y) dy dx$

d. $\int_1^2 \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy dx$

e. $\int_{-6}^2 \int_{(x^2-4)/4}^{2-x} f(x, y) dy dx$

f. $\int_1^e \int_0^{\log x} f(x, y) dy dx$

g. $\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x, y) dy dx$

h. $\int_0^1 \int_{x^3}^{x^2} f(x, y) dy dx$

i. $\int_0^\pi \int_{-\sin(x/2)}^{\sin x} f(x, y) dy dx$

j. $\int_0^4 \int_{-\sqrt{4-y}}^{(y-4)/2} f(x, y) dx dy$

k. $\int_0^1 \int_0^y f(x, y) dx dy + \int_1^2 \int_0^{2-y} f(x, y) dx dy$

7. Esboçar um desenho e calcular o centróide da região delimitadas pelas curvas indicadas:

a. $y = x^2, x + y = 2$.

b. $y^2 = x + 3, y^2 = 5 - x$.

c. $y = \sin x, y = \cos x, 0 \leq x \leq \pi/4$.

d. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1, x = 0, y = 0$, primeiro quadrante.

8. Calcular o centro de massa de uma chapa retangular $ABCD$ sabendo que a densidade superficial de massa em um ponto é proporcional ao produto das distâncias desse ponto aos lados adjacentes AB e AD .

9. Calcular a distância média de um vértice de uma quadrado de aresta a aos pontos no interior do quadrado.