MAT139 – Álgebra Linear para Computação
Respostas da Lista de Exercícios 3

1. (a) LI (b) LD (c) LD

2. Se $x_1w_1 + x_2w_2 + x_3w_3 = 0$, precisamos mostrar que $x_1 = x_2 = x_3 = 0$. De fato, aquela equação implica que $x_1(v_2 + v_3) + x_2(v_3 + v_1) + x_3(v_1 + v_2) = 0$. Então $(x_2 + x_3)v_1 + (x_3 + x_1)v_2 + (x_1 + x_2)v_3 = 0$. Como $\{v_1, v_2, v_3\}$ é LI, temos que $x_2 + x_3 = 0$, $x_3 + x_1 = 0$ e $x_1 + x_2 = 0$. Resolvendo esse sistema, finalmente vem que $x_1 = x_2 = x_3 = 0$.

3. (a) $\{b \in \mathbf{R}^3 | b_1 - b_2 = 0\}$ (b) $\mathbf{R}^3$.

4. (a) $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
(b) $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
(c) $(1, 1, 1, 1)$, $(2, 3, 4, 5)$.
(d) $(1, 1, 1, 1)$
(e) $(1, -1, 0, 0)$, $(0, 1, -1, 0)$, $(0, 0, 1, -1)$.

5. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

6. $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ é uma base de $\operatorname{im} A = \operatorname{im} A^2$.

7. (a) 3 (b) 9 (c) 3.

8. (a) Se não fosse uma base, poderíamos acrescentar mais vetores de maneira a formar uma base, mas isso excederia a dimensão do espaço. (b) Se não fosse uma base, poderíamos retirar alguns vetores de maneira a formar uma base, mas essa base teria menos elementos do que a dimensão do espaço.

9. (a) Verdadeiro. (b) Falso. (c) Verdadeiro (no máximo pode ter 5 colunas LI).

10. Consiste dos vetores $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ satisfazendo $b_3 = 2b_1 + 3b_2$.

11. O posto de A é 2 e $\ker A$ tem como base $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
O posto de B é 2 e $\ker B$ tem como base $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

12. (a), (b), (c) e (d) 2. Os espaços-linha de A e U são iguais, mas não seus espaços-coluna.