

**MAT139 – Álgebra Linear para Computação**  
**Lista de Exercícios 1 – 02/08/2011**

PROF. CLAUDIO GORODSKI

1. Dado o sistema linear

$$\begin{cases} u + v + w = 2 \\ u + 3v + 3w = 0 \\ u + 3v + 5w = 2 \end{cases},$$

qual é o sistema triangular equivalente e qual é a solução?

2. Resolva o sistema seguinte por eliminação de Gauss:

$$\begin{cases} u + v + w = -2 \\ 3u + 3v - w = 6 \\ u - v + w = -1 \end{cases}.$$

Quando um zero aparecer na posição de pivô, permuta a equação por aquela na linha seguinte e prossiga. Que coeficiente de  $v$  na terceira equação, no lugar de  $-1$ , faz com que o algoritmo deixe de funcionar?

3. Por tentativa e erro, exiba exemplos de matrizes reais  $2$  por  $2$  tais que:

a.  $A^2 = -I$ ;

b.  $B^2 = 0$  e  $B \neq 0$ ;

c.  $CD = -DC$  e  $CD \neq 0$ ;

d.  $EF = 0$  e  $E, F$  não tem nenhum coeficiente nulo.

4. Seja

$$A(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix},$$

onde  $\theta \in \mathbf{R}$ .

a. Mostre que  $A(\theta_1)A(\theta_2) = A(\theta_1 + \theta_2)$ .

b. Mostre que  $A(\theta)^{-1} = A(-\theta)$ .

5. Calcular a fatoração  $A = LU$  onde:

a.  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$

b.  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

6. Calcular  $E^2$ ,  $E^8$  e  $E^{-1}$  onde  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$

7. Sob que condições os pontos  $(0, y_1)$ ,  $(1, y_2)$ ,  $(2, y_3)$  são colineares?

8. Descrever a intersecção dos três hiperplanos  $u + v + w + z = 6$ ,  $u + w + z = 4$ ,  $u + w = 2$  em um espaço quadridimensional: é uma reta, um ponto, ou o conjunto vazio? O que acontece se um quarto hiperplano  $u = -1$  é adicionado? Por outro lado, exiba uma outra quarta equação que deixe o sistema sem soluções.

9. É possível que um sistema linear admita *exatamente* duas soluções distintas? Por quê?

10. Calcular a matriz inversa pelo método de Gauss-Jordan:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ .