

**MAT122 e MAT2116 – Álgebra Linear**  
**Respostas da Lista de Exercícios 8**

1.  $u(t) = 6e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} - 6e^{3t} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ .
2. Para  $A$ , o posto é 1 e os auto-valores são 4, 0, 0, 0. Para  $B$ , o posto é 2 e os auto-valores são 2, -2, 0, 0.
3. (6 5 4)
4.  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$
5. Os auto-valores são 3, 0, 0. Os auto-vetores associados a 3 são os múltiplos de  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Os auto-vetores associados a 0 são  $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$  tais que  $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ . Podemos tomar  $S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  ou  $S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ .
6.  $-\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -3 \cdot 5^{100} - 1 & 3 - 3 \cdot 5^{100} \\ -5^{100} + 1 & -3 - 5^{100} \end{pmatrix}$
7. (a) V; (b) F; (c) F.
8.  $\begin{pmatrix} -5 & 18 \\ -3 & 10 \end{pmatrix}$
9.  $\pm 1$ .
10. (a) A população de coelhos será  $100e^{2t} + 200e^{3t}$  e a de lobos será de  $100e^{2t} + 100e^{3t}$ .  
(b) A proporção aproximar-se-á de 2 para 1.
11. (a) V; (b) F; (c) F; (d) F; (e) V; (f) F; (g) F; (h) F.
12. 0, 0, 0.
13.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
14.  $\det(A^t - \lambda I) = \det((A - \lambda I)^t) = \det(A - \lambda I)$ .
15.  $R = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ; 4.