RESPOSTAS DA LISTA 4

10 de setembro de 2012

1. $f(x,y) = x^2 - y^2 - 1$

2. f_2 está se movendo para a direita e f_1 está se movendo para a esquerda. Qualquer combinação linear de f_1e f_2 também é solução.

3. a) Seja v unitário tal que $\dfrac{\partial f}{\partial v}(p) > 0$. Condidere $u = -v$. Dessa forma, $\dfrac{\partial f}{\partial u}(p) = -\dfrac{\partial f}{\partial v}(p) < 0$. b) $f(x,y) = x^3 + x + y$ e $v = (1,0)$. Note que $\dfrac{\partial f}{\partial v}(a,b) = \dfrac{\partial f}{\partial x}(a,b) = 3a^2 + 1 > 0$ para todo $p = (a,b)$.

4. a) $\nabla f(x,y) = \left(2x + y^3 \cos(xy)\,,\, 2ysen(xy) + xy^2 \cos(xy)\right)$ b) $\nabla f(x,y) = (e^x \cos y, -e^x sen\, y)$ c) $\nabla f(x,y,z) = (2x, -2y, 4z)$

5. $\dfrac{\partial f}{\partial v}(1,1,0) = -2$

6. As direções são $u = (1,0)$ e $u = (-1,0)$ e os pontos são $(1,0)$ e $(-1,0)$.

7. $\nabla f(p) = (2,2)$ e $\dfrac{\partial f}{\partial u}(p) = \dfrac{14}{5}$ em que $u = \left(\dfrac{3}{5}, \dfrac{4}{5}\right)$ é o vetor unitário que aponta para o ponto $(4,6)$.

8. a) $\nabla r(x,y,z) = \left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right)$ b) $f(x,y,z) = \dfrac{1}{2}\left(x^2 + y^2 + z^2\right)$

9. a) $v = \left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{2}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$ e $\dfrac{\partial f}{\partial v}(2,2,1) = -\dfrac{2}{3}$ b) $v = \left(-\dfrac{4}{5}, \dfrac{3}{5}, 0\right)$ e $\dfrac{\partial f}{\partial v}(3,4,5) = 0$

10. $x + 2y - \sqrt{5}z = 0$

11. Se $(x_0, y_0) = (1,0)$, $dx = 0,1$ e $dy = -0,1$ então $df = 1$. Utilizando uma calculadora eletrônica, temos que $f\left(\dfrac{11}{10}, -\dfrac{1}{10}\right) = 0,9854$.

12. Como $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ e $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ não existem, segue que f não é diferenciável em $(0,0)$. O gráfico de f é um cone.

13. $f_{xy}(x,y) = \lim_{(h,k)\to(0,0)} f_{xy}(x+\theta_1 h, y+\theta_2 k) = \lim_{(h,k)\to(0,0)} f_{yx}(x+\theta_3 h, y+\theta_4 k) = f_{yx}(x,y)$