

MAT121 – Cálculo Diferencial e Integral II
Lista de Exercícios 8 – 5/9/12

PROF. CLAUDIO GORODSKI

1. Calcular os valores extremos de $f(x, y) = xy$ sobre a reta $x + y = 1$.
2. Calcular as distâncias máxima e mínima da origem à curva $5x^2 + 6xy + 5y^2 = 8$. Que curva é esta?
3. Sejam $a, b > 0$ fixados.
 - a. Determinar os valores extremos de $x/a + y/b$ sujeito à condição $x^2 + y^2 = 1$.
 - b. Determinar os valores extremos de $x^2 + y^2$ sujeito à condição $x/a + y/b = 1$.

Em cada caso, interpretar geometricamente.

4. Calcular os valores extremos de $f(x, y) = \cos^2 x + \cos^2 y$ sujeito à condição $x - y = \pi/4$.
5. Determinar os valores extremos de $f(x, y, z) = x - 2y + 2z$ sobre a esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.
6. Determinar os pontos da superfície $z^2 - xy = 1$ que estão mais próximos da origem.
7. Determinar a menor distância do ponto $(1, 0)$ à parábola $y^2 = 4x$.
8. Determinar os pontos da curva de intersecção entre superfícies

$$x^2 - xy + y^2 - z^2 = 1 \quad \text{e} \quad x^2 + y^2 = 1$$

que estão mais próximos da origem.

9. Determinar o ponto da curva $x^6 = y^3 = z^2$ em \mathbf{R}^3 que está mais próximo do ponto $(0, 1, 0)$.
10. Sendo $a, b, c > 0$ dados, determinar o valor máximo de $f(x, y, z) = x^a y^b z^c$ sujeito à condição $x + y + z = 1$.
11. Calcular o menor volume possível de um tetraedro demarcado pelos planos coordenados e um plano tangente ao elipsóide $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ num ponto no primeiro octante.
12. Calcular o valor máximo de $f(x, y, z) = \ln x + \ln y + 3 \ln z$ sobre a porção da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 5r^2$ no primeiro octante. Usar este resultado para mostrar que

$$abc^3 \leq 27 \left(\frac{a + b + c}{5} \right)^5$$

para todos $a, b, c > 0$.

13. Calcular os valores de $a > 0, b > 0$ para que a elipse $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ contenha o círculo $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ no seu interior e tenha a menor área possível.
14. Sendo α, β, γ os ângulos internos de um triângulo, calcular o maior valor de $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma$.
15. Dentre todos os planos tangentes à superfície $xy^2z^2 = 1$, qual é o de maior distância à origem?
16. Dentre todos os planos passando por $(2, 2, 1)$, qual é o que delimita, juntamente com os planos coordenados, o tetraedro de maior volume?
17. Seja $T(x, y) = 4/(x^2 + y^2)$ a função que fornece a temperatura no ponto (x, y) . Em que ponto da região $y \geq -x + 1$ é atingida a temperatura máxima? E a mínima?