

**MAT121 – Cálculo Diferencial e Integral II**  
**Lista de Exercícios 3 – 17/8/12**

PROF. CLAUDIO GORODSKI

1. Esboçar um desenho com as curvas de nível  $-2, -1, 0, 1, 2, 3$  das funções  $f$  onde  $f(x, y)$  é dada por:

a.  $x^2y$

d.  $y^2$

b.  $x^2 + y^2 - 1$

e.  $y \left( 1 - \frac{1}{x^2 + y^2} \right)$

c.  $x^2 - y^2$

2. Determinar se as funções  $f$ , cujas expressões  $f(x, y)$  são dadas abaixo, são contínuas em  $(x, y) = (0, 0)$ :

a.  $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

e.  $-\frac{|x - y|}{x^2 - 2xy + y^2}$

b.  $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 + y^2}$

f.  $e^{-\frac{|x-y|}{x^2-2xy+y^2}}$

c.  $\frac{x^2 + 3xy + y^2}{x^2 + 4xy + y^2}$

g.  $|x|^y$

d.  $\frac{\sin(xy)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

h.  $|x|^{|1/y|}$

3. Quantas derivadas parciais de ordem  $n$  diferentes possui uma função de três variáveis?

4. Calcular as derivadas parciais de primeira e segunda ordem de  $f$ , onde  $f(x, y)$  é dada por:

a.  $\log(xy)$

b.  $x^y$

5. Verificar que a função  $f(t, x, y) = \frac{1}{t}e^{-(x^2+y^2)/4t}$  satisfaz a equação diferencial parcial (*equação do calor* ou *equação de Fourier*):

$$f_t = \Delta f.$$

6. Provar que

$$\frac{\partial^3}{\partial x \partial y \partial z} \begin{vmatrix} f_1(x) & f_2(x) & f_3(x) \\ g_1(y) & g_2(y) & g_3(y) \\ h_1(z) & h_2(z) & h_3(z) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} f'_1(x) & f'_2(x) & f'_3(x) \\ g'_1(y) & g'_2(y) & g'_3(y) \\ h'_1(z) & h'_2(z) & h'_3(z) \end{vmatrix}.$$