

# Um Proveedor de Teoremas Multi-Estratégia

Adolfo Gustavo Serra Seca Neto e Marcelo Finger

Instituto de Matemática e Estatística - USP

# Motivação

- Problema aberto em computação:  $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$ ?
- SAT - primeiro problema  $\mathcal{NP}$ -completo (Cook, 1971)
- Regras de inferência de sistemas de prova são não-determinísticas.
- Um algoritmo polinomial (no tempo) não-determinístico pode ser transformado num algoritmo determinístico exponencial.

# Tabela-Verdade

$A$	$B$	$C$	$C \rightarrow A$	$B \rightarrow (C \rightarrow A)$	$(A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow A)))$
$V$	$V$	$V$	$V$	$V$	$V$
$V$	$V$	$F$	$V$	$V$	$V$
$V$	$F$	$V$	$V$	$V$	$V$
$V$	$F$	$F$	$V$	$V$	$V$
$F$	$V$	$V$	$F$	$F$	$V$
$F$	$V$	$F$	$V$	$V$	$V$
$F$	$F$	$V$	$F$	$V$	$V$
$F$	$F$	$F$	$F$	$V$	$V$

# Tablôs Analíticos - regras

$$\frac{\text{T } A \vee B}{\text{T } A \mid \text{T } B}$$

$$\frac{\text{F } A \vee B}{\text{F } A \\ \text{F } B}$$

$$\frac{\text{F } A \wedge B}{\text{F } A \mid \text{F } B}$$

$$\frac{\text{T } A \wedge B}{\text{T } A \\ \text{T } B}$$

$$\frac{\text{T } A \rightarrow B}{\text{F } A \mid \text{T } B}$$

$$\frac{\text{F } A \rightarrow B}{\text{T } A \\ \text{F } B}$$

$$\frac{\text{T } \neg A}{\text{F } A}$$

$$\frac{\text{F } \neg A}{\text{T } A}$$

# Tablôs Analíticos - prova

$\text{F}(A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow A)))$

$\text{T}A$

$\text{F}B \rightarrow (C \rightarrow A)$

$\text{T}B$

$\text{F}C \rightarrow A$

$\text{T}C$

$\text{F}A$

$\text{X}$

# Tablôs Analíticos vs. Tabelas-Verdade

- Os Tablôs Analíticos não *p-simulam* tabelas verdade
- A complexidade de provas baseadas em tablôs depende essencialmente do comprimento (número total de símbolos) da fórmula a ser decidida
- A complexidade das tabelas-verdade dependem apenas da quantidade de variáveis proposicionais distintas

# Tablôs Analíticos vs. Tabelas-Verdade

- Fórmulas ‘gordas’:  
 $(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3) \vee \dots \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \neg p_3)$
- Fácil para tabelas-verdade
- Difíceis para tablôs analíticos: provas têm tamanho exponencial

# O Sistema KE

- Método de tablôs desenvolvido por Marco Mondadori e Marcello D'Agostino
- Baseado nos Tablôs Analíticos de Smullyan
- Possui regra PB baseada no Princípio da Bivalência, que é uma versão da regra do Corte do Cálculo de Seqüentes:  
$$\frac{}{T A | F A}$$
- A regra PB não é eliminável
- Graças à regra PB, o sistema KE é mais eficiente que os TA's e permite uma diversidade maior de estratégias



# Sistema KE - regras

$T A \vee B$	$F A \wedge B$	$T A \rightarrow B$	
$F A$	$T A$	$T A$	
<hr/>	<hr/>	<hr/>	
$T B$	$F B$	$T B$	$T \neg A$
$T A \vee B$	$F A \wedge B$	$T A \rightarrow B$	$F A$
$F B$	$T B$	$F B$	$F \neg A$
<hr/>	<hr/>	<hr/>	<hr/>
$T A$	$F A$	$F A$	$T A$
$F A \vee B$	$T A \wedge B$	$F A \rightarrow B$	$T A   F A$
<hr/>	<hr/>	<hr/>	
$F A$	$T A$	$T A$	
$F B$	$T B$	$F B$	

# Prova mínima em KE

$\text{F } (A \rightarrow B1 \rightarrow B2 \rightarrow B3) | (A \rightarrow C1 \rightarrow C2 \rightarrow C3 \rightarrow A)$

$\text{F } (A \rightarrow B1 \rightarrow B2 \rightarrow B3)$

$\text{F } (A \rightarrow C1 \rightarrow C2 \rightarrow C3 \rightarrow A)$

$\text{T } A$

$\text{F } C1 \rightarrow C2 \rightarrow C3 \rightarrow A$

$\text{T } C1$

$\text{F } C2 \rightarrow C3 \rightarrow A$

$\vdots$

# Prova mínima em KE

⋮

$T C2$

$F C3 \rightarrow A$

$T C3$

$F A$

$x$

# Prova com passos desnecessários

$\text{F } (A \rightarrow B1 \rightarrow B2 \rightarrow B3) | (A \rightarrow C1 \rightarrow C2 \rightarrow C3 \rightarrow A)$

$\text{F } (A \rightarrow B1 \rightarrow B2 \rightarrow B3)$

$\text{F } (A \rightarrow C1 \rightarrow C2 \rightarrow C3 \rightarrow A)$

$\text{T } A$

$\text{F } C1 \rightarrow C2 \rightarrow C3 \rightarrow A$

$\text{F } B1 \rightarrow B2 \rightarrow B3(*)$

$\text{T } C1$

$\text{F } C2 \rightarrow C3 \rightarrow A$

$\vdots$

# Prova com passos desnecessários

⋮

$\text{T } B1(*)$

$\text{F } B2 \rightarrow B3(*)$

$\text{T } C2$

$\text{F } C3 \rightarrow A$

$\text{T } B2(*)$

$\text{F } B3(*)$

$\text{T } C3$

$\text{F } A$

X

# Exemplo de uso da regra PB

$T(a1 \vee b1)$

$T(a1 \rightarrow (a2 \vee b2))$

$T(b1 \rightarrow (a2 \vee b2))$

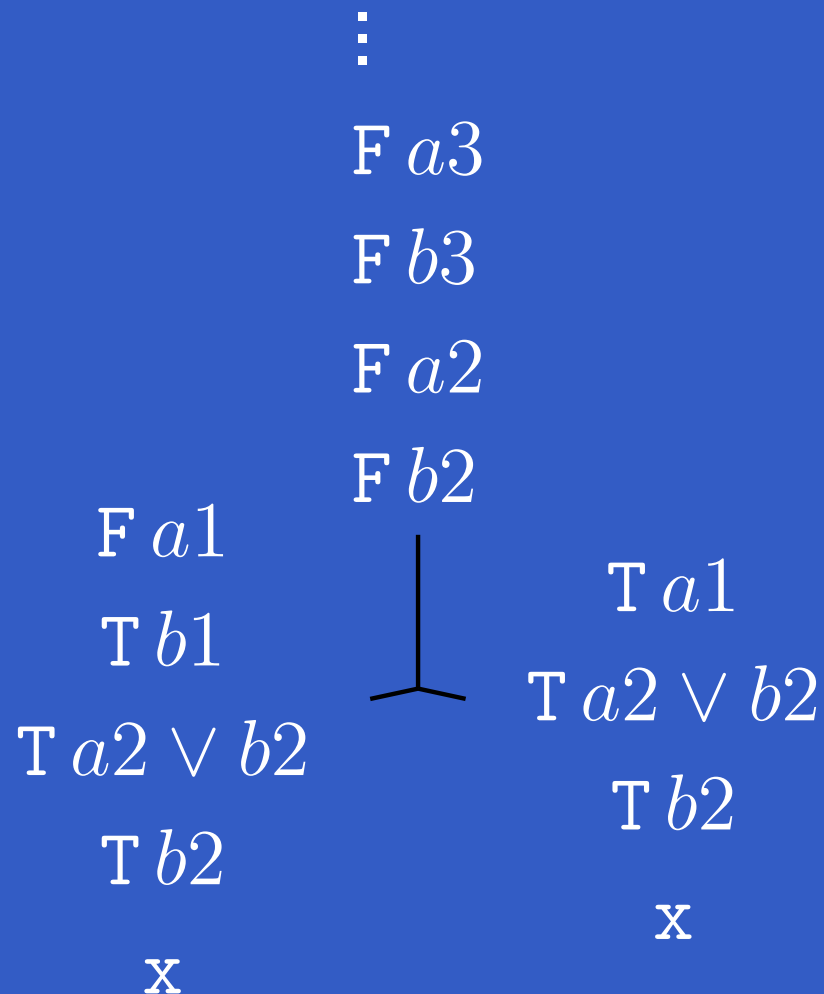
$T(a2 \rightarrow (a3 \vee b3))$

$T(b2 \rightarrow (a3 \vee b3))$

$F(a3 \vee b3)$

$\vdots$

# Exemplo de uso da regra PB



# Estratégias

- O que são estratégias?
- Ordem de aplicação das regras
- Algoritmos + Estruturas de dados
- Fechamento
- Representação de fórmulas
- Escolha de regras a partir de análise das fórmulas vs. tentativa-e-erro
- Diferentes conjuntos de regras



# Regras simplificadoras

$$X \Phi(A \vee B)$$
$$F A$$
$$\frac{F A}{X \Phi(B)}$$
$$(X \vee F)$$
$$X \Phi(A \vee B)$$
$$T A$$
$$\frac{T A}{X \Phi(\top)}$$
$$(X \vee T)$$
$$X \Phi(\top \vee A)$$
$$\frac{X \Phi(\top \vee A)}{X \Phi(\top)}$$
$$(X \vee \top)$$
$$X \Phi(\perp \vee A)$$
$$\frac{X \Phi(\perp \vee A)}{X \Phi(A)}$$
$$(X \vee \perp)$$

# Resultados obtidos

## MSTP

family	instance	time	signed formulas	height	size
H	6	10.693	605	5	33313
$\Gamma$	7	0.143	53	0	440
$\Gamma$	100	3.788	805	0	2205
Statman	6	0.302	33	0	440
Statman	21	3.013	258	0	13425
PHP	4	3.089	1127	10	4959
PHP (in clausal form)	4	6.497	2101	10	10860

# Resultados obtidos

WDTP

family	instance	time	signed formulas	height
H	6	101.803705	1953	132
$\Gamma$	7	4.319546	2917	12
Statman	6	9.807499	5391	16
PHP	4	4.247875	483	26
PHP	5	229.452014	5409	53
PHP (in clausal form)	4	17.826073	2147	33

# Dúvidas, perguntas, sugestões, ...

- Dúvidas?
- Perguntas?
- Sugestões?
- Correções?

# Um Proveedor de Teoremas Multi-Estratégia

Adolfo Gustavo Serra Seca Neto e Marcelo Finger

Instituto de Matemática e Estatística - USP

•  
•  
•

# FIM

Artigos, relatórios, executáveis:

<http://www.ime.usp.br/~adolfo>

Contato:

[adolfo@ime.usp.br](mailto:adolfo@ime.usp.br)

Grato pela atenção!